

ANALISIS ESTRUCTURAL

Métodos de Cálculo en Ingeniería Sísmica

M^a S. Gómez Lera
M^a Consuelo Huerta
Enrique Alarcón

Departamento de Resistencia de Materiales
E.T.S. Ingenieros Industriales
Valladolid

Octubre, 1991

CAPITULO I

INGENIERIA SISMICA

En este capítulo se analizan las generalidades relativas al sismo. Tras algunas consideraciones sobre los fenómenos que aparecen durante un terremoto se describen algunos ejemplos históricos que han sido determinantes en el desarrollo del conocimiento y, finalmente, se plantean algunos problemas típicos de la ingeniería sísmica.

- 1.1 Generalidades.**
- 1.2 Lecciones y problemas planteados por terremotos famosos.**
- 1.3 Algunos temas de estudio típicos de la ingeniería sísmica.**
- 1.4 Referencias.**

1.1 GENERALIDADES

El carácter mas desconcertante de la acción sísmica, desde un punto de vista subjetivo, viene marcado por la alteración del equilibrio gravitatorio al que se está acostumbrado (fig. 1.1).

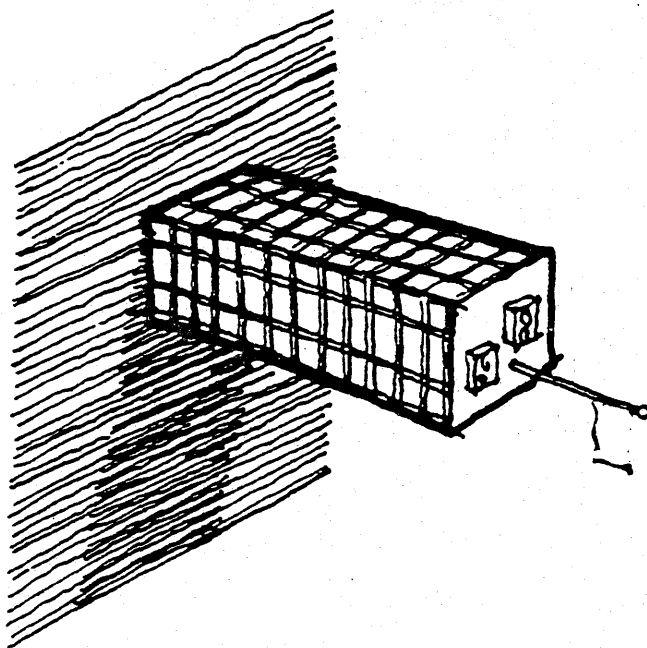


Figura 1.1

Alteración inesperada y a gran escala que produce los hyabituales estados psicológicos de impotencia y terror típicos de las catástrofes naturales.

Pese a su corta duración, al alteración de la dirección de las aceleraciones para la que están construídas las obras y en las que reposan los objetos naturales, produce roturas y accidentes que, con su secuela de muertes, afectan gravemente la organización social.

La ingeniería sísmica intenta comprender los fenómenos que se producen, el comportamiento de los materiales, la dinámica de las estructuras resistentes naturales o artificiales y, a partir del conocimiento, producir diseños que aminoren los riesgos hasta niveles admisibles por la sociedad.

Como en otros campos de la ingeniería el avance se ha producido tras una serie de accidentes que han provocado la reflexión sobre las medidas preventivas. En los últimos 30 años se ha producido además un impulso originado en los progresos de la sismología y en el desarrollo de las computadoras, que ha permitido el análisis de sistemas muy complejos ante acciones semejantes a las reales. Sin embargo, la industria de la construcción típicamente conservadora, no ha incorporado de manera rutinaria el cúmulo de conocimientos que se han producido.

Conviene observar que la ingeniería sísmica es globalizadora en el sentido que todos los problemas que puedan plantearse sobre comportamientos de materiales, cálculo y diseño de estructuras aparecen en ella.. El progreso en el conocimiento del comportamiento sísmico no es, pues, un tema marginal sino que repercute positivamente en el conjunto del arte de construir.

Por ello, tras un terremoto, es posible detectar que la mayoría de los accidentes son debidos a errores de diseño y violaciones de las normas constructivas racionales. En ocasiones algunos fenómenos se ven acentuados; un ejemplo típico son los fallos de armado de nudos detectados en los pórticos de hormigón de la Nimitz Freeway durante el terremoto de Loma Prieta (1989) (fig. 1.2).

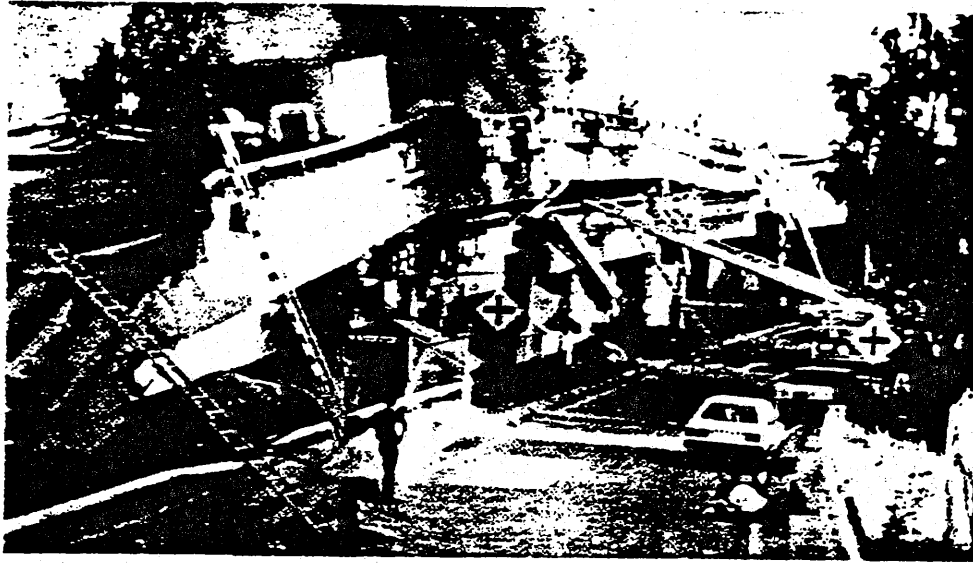


Figura 1.2

Otras veces fenómenos estáticos conocidos presentan variantes dinámicas espectaculares como los casos de sifonamiento por licuación del terreno producidos en el terremoto de Niigata (1964) (fig. 1.3), o se excitan nuevas acciones como el oleaje en los depósitos y los maremotos o tsunamis con efectos devastadores (fig. 1.4).

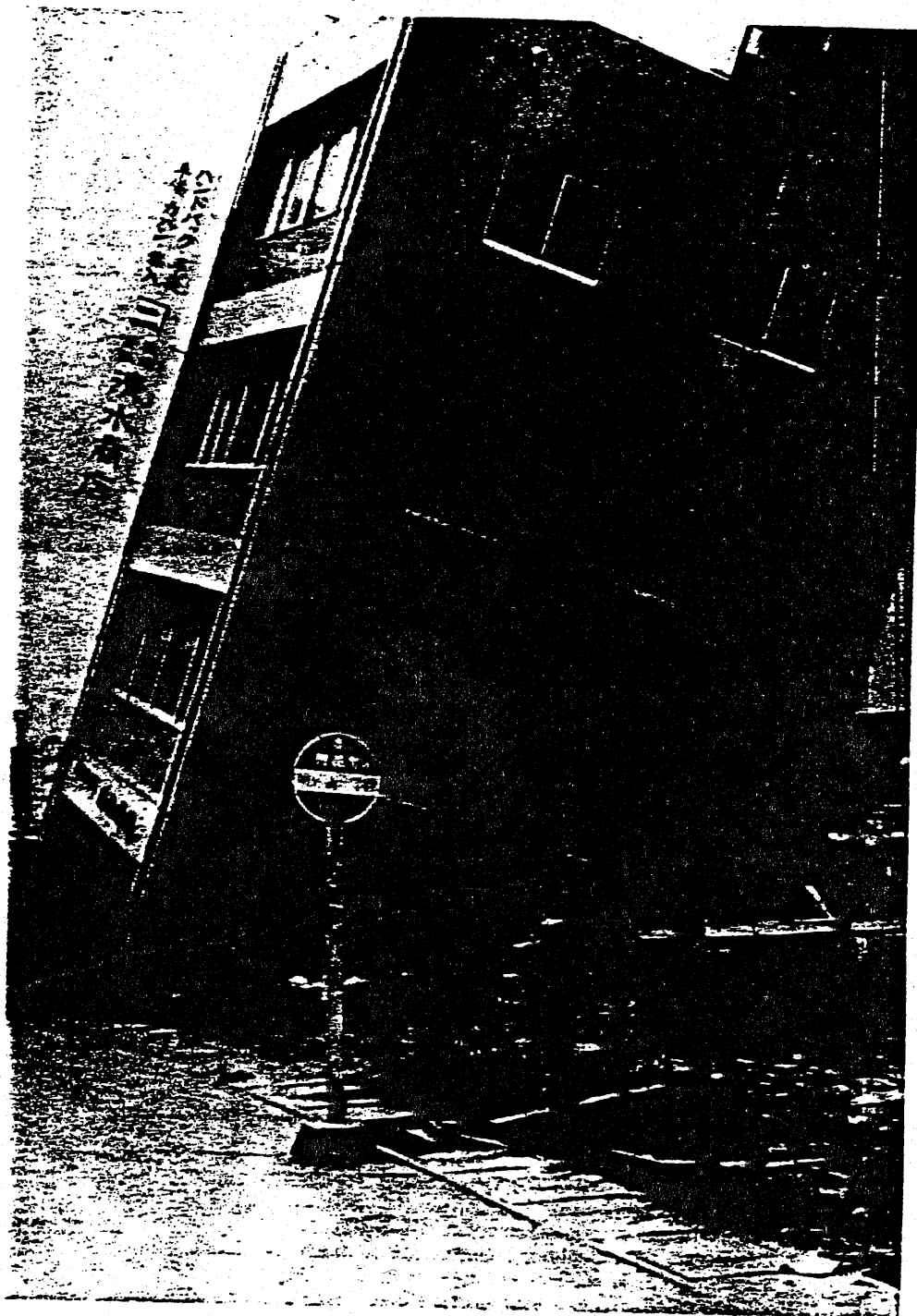


Figura 1.3

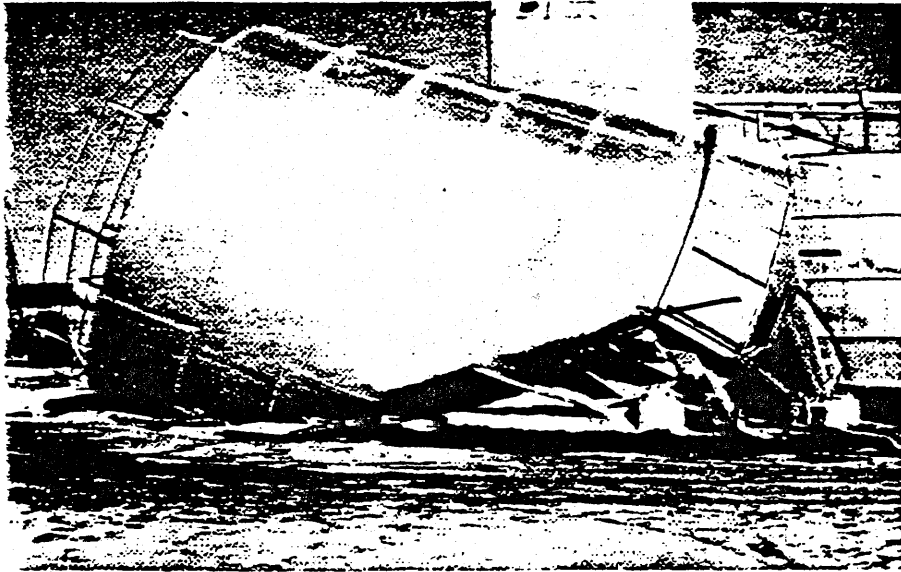


Figura 1.4 A y B

1.2 LECCIONES Y PROBLEMAS PLANTEADOS POR ALGUNOS TERREMOTOS FAMOSOS

El origen de los terremotos es variado, se habla de los relacionados con los volcanes, con hundimientos de cavernas, etc., pero los terremotos más destructivos son de origen tectónico.

Una fractura se desata súbitamente y progresa en un área de falla liberando una energía que se propaga como ondas y sus correspondientes aceleraciones que hacen oscilar las estructuras. En el capítulo 2 se describen someramente las ideas actuales al respecto, cuyo origen se remonta a la *teoría del rebote elástico* propuesta por Reid tras el terremoto de San Francisco de 1906. Precisamente el citado sismo es clásico en la ingeniería sísmica, no sólo por haber puesto de manifiesto la relación entre terremoto y falla sino por dos circunstancias que se han repetido periódicamente: los *incendios* desatados y la imposibilidad de su control por *rotura de las conducciones* de agua y los *hundimientos* de estructuras en zonas con *rellenos sin consolidar*.

Como es sabido, los incendios tardarán en controlarse días y ello pese a la voladura de bloques enteros de edificios en un intento desesperado por crear cortafuegos (fig. 1.5).

La rotura de conducciones se ha repetido una y otra vez, incluido el terremoto de Loma Prieta y pese a ello es un hecho, desgraciadamente universal, que las conducciones no son estudiadas en el contexto sismorresistente, pese a su carácter vital en los momentos posteriores al sismo.

Por otro lado, como es sabido, numerosas zonas de San Francisco se han obtenido rellenando desniveles de terreno. Ello es notable en la zona llamada de la Marina, donde un relleno sin consolidar, al borde del mar, se encuentra completamente saturado. Las sacudidas producen en estas zonas fenómenos de

licuación con roturas espectaculares (fig. 1.6) y los típicos flujos de arena a través de grietas en el terreno.



Figura 1.5



Figura 1.6

El estudio sistemático de los *fenómenos de licuación* fue, sin embargo, desatado por dos terremotos famosos en la literatura técnica: los de Niigata (1964) y Alaska (1964). Los espectaculares resultados de la anulación de las tensiones efectivas en un suelo granular saturado pueden verse en la figura 1.7 correspondiente al hundimiento por vuelco de bloques de viviendas con una estructura muy rígida mientras que la figura 1.8 presenta el desolado panorama de Anchorage donde se estima que unos 260.000 Km² se vieron afectados por alteraciones topográficas.

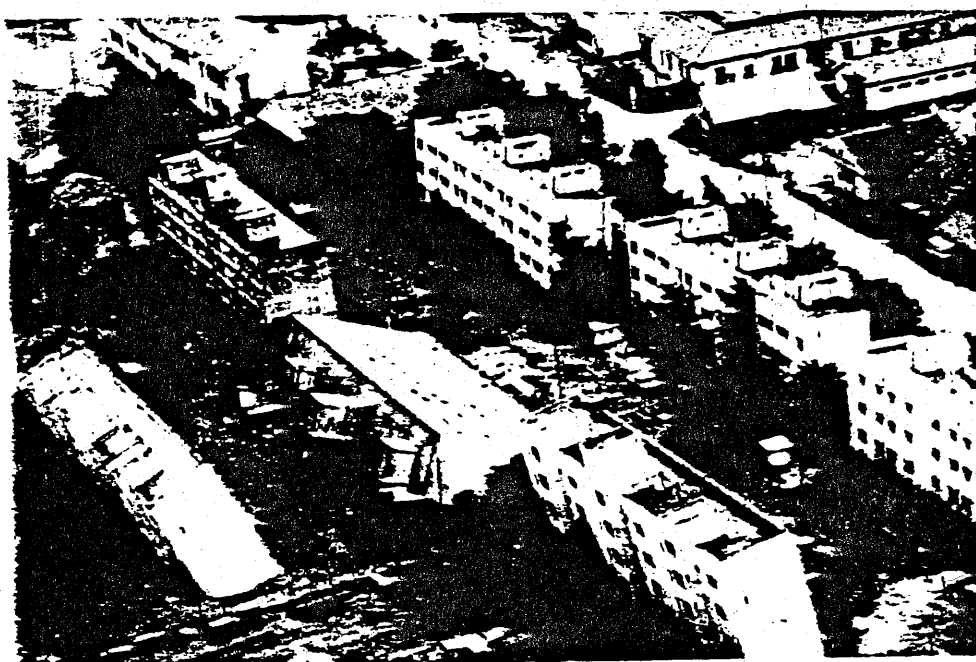


Figura 1.7



Figura 1.8

La importancia que tiene la *estratificación del suelo* en la respuesta dinámica de los edificios sobre ella cimentados fue puesta de manifiesto una vez más, y de forma bien dramática, en el terremoto de Méjico de 1985. 180 edificios se hundieron por completo, 100 tuvieron que ser demolidos y alrededor de 1000 requirieron importantes inversiones para su reparación.

La figura 1.9 a) indica el lugar del epicentro, en una zona donde ya se habían producido otros movimientos.

Como puede verse, ciudad de México está a unos 400 Km de distancia, de modo que podría pensarse que el movimiento en la costa (fig. 1.9 b) se amortiguaría con la distancia.

De hecho es así, si se considera el acelera acelerograma (fig. 1.9 c) registrado sobre roca.

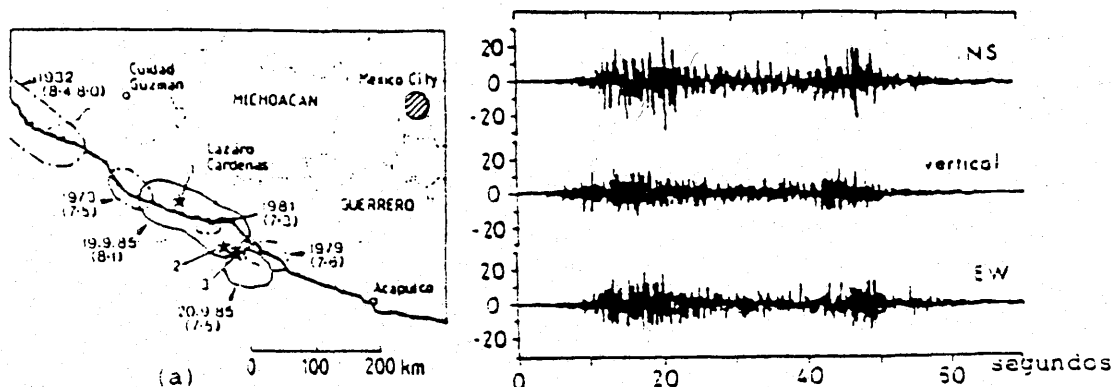
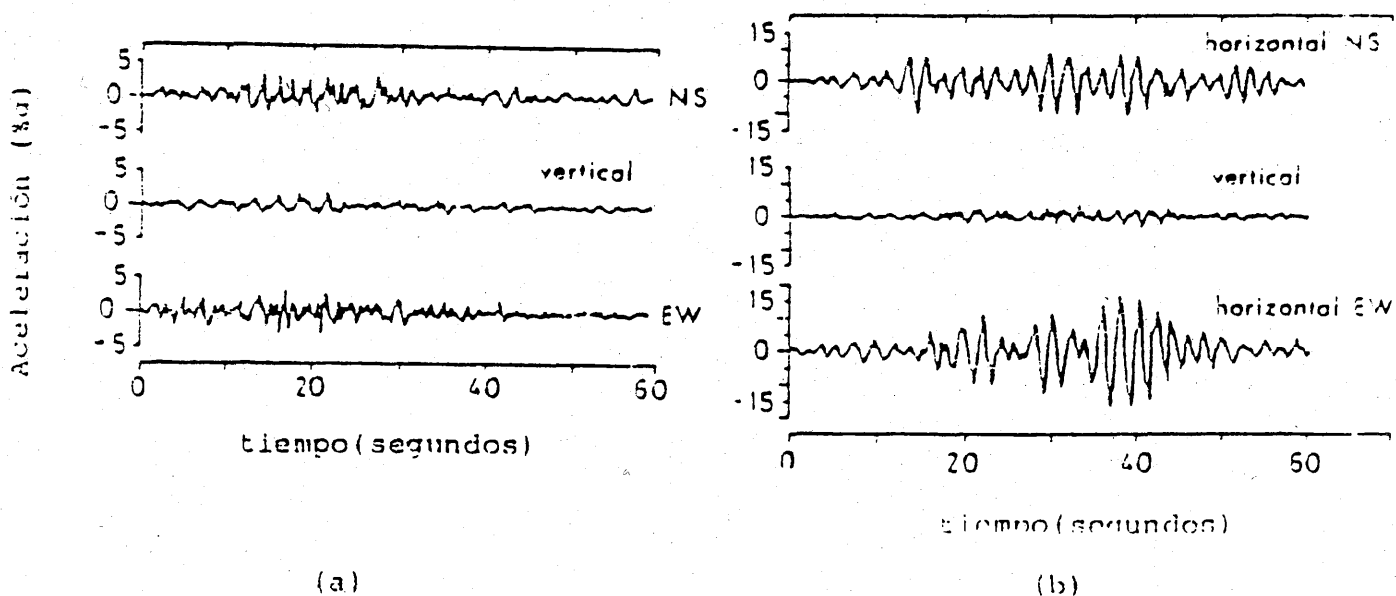


FIGURA 1

- * 1 Epicentro de la primera sacudida (19.9.85)
- * 2 Epicentro de la segunda sacudida (26 segundos después)
- * 3 Epicentro de la réplica más importante (20.8.85)

Zonas de rotura del terremoto de México de 19 de septiembre de 1985.

Figura 1.9 a) y b)



—Acelerogramas del terremoto de Michoacán, México, 19-9-85, registrados en a) estación de la UNAM sobre roca; b) estación saturada en la zona de la antigua laguna.

Figura 1.9 c) y d)

Sin embargo, existen áreas de la ciudad construídas sobre sedimentos depositados en la antigua laguna que resonaron ante el movimiento produciendo niveles de aceleración (fig. 1.9 d) semejantes a los del terremoto en origen. Por ello el código sísmico de la ciudad recomienda diferentes espectros y niveles de aceleración según la situación de los barrios.

La definición de la acción sísmica debe tener en cuenta la posible alteración del movimiento por estos depósitos de suelo y el terremoto de México lo puso claramente de manifiesto. La destrucción (fig. 1.10) tuvo además otros orígenes relacionados con la *calidad de la construcción* y con la *falta de ductilidad* de las estructuras de hormigón calculadas, pero no proyectadas, confiando en elevadas capacidades de plastificación. Ambos temas pueden ser igualmente ilustrados con sendos terremotos.

La mala calidad de la construcción provocada por un desarrollo especulativo basado en el turismo es una de las causas por las que el terremoto de Agadir (1960) de muy bajo nivel, provocó la muerte a casi un 50 % de su población (fig. 1.11); el terremoto era muy superficial y se produjo prácticamente bajo la ciudad, pero la mayoría de las construcciones carecían de resistencia frente a cargas horizontales.

El tema de la calidad de la construcción es el factor definitivo al evaluar la posibilidad de daños. El terremoto de Irán de 1990 es una prueba adicional de un estudio clásico de Bath que define la destrucción específica mediante la expresión

$$\bar{F} = 1g_{10} \left(\frac{C(N+1)}{E} \right) \quad (1)$$

donde N es el número de víctimas, E la energía de las ondas sísmicas y C una constante.



Figura 1.10

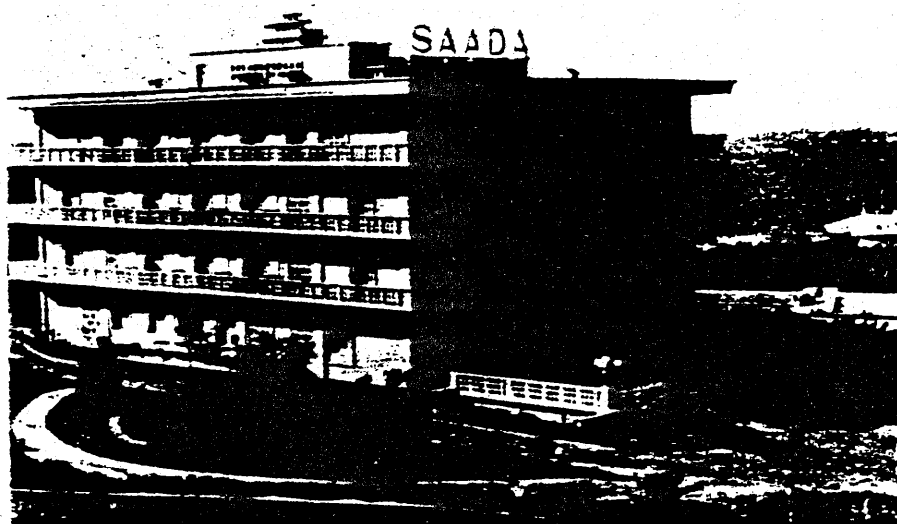


FIGURA 1.11 a)



FIGURA 1.11 b)

La tabla I recoge la destrucción específica media para las regiones sísmicas más activas del globo. Como puede observarse son las zonas con una calidad media de construcción más baja las que presentan un valor más acusado de f .

Tabla I

Región	f medio
Mediterránea	6,3
Irán-Pakistán-Afganistán	6,0
Asia Central	4,8
Sudamérica	4,7
Japón-Formosa	4,6
India	4,3
Nueva Zelanda	3,3
Norteamérica	2,8

Respecto a la importancia que tiene cuidar el armado en estructuras de hormigón para obtener una buena *ductilidad* ante esfuerzos alternativos, cabría citar el terremoto de San Fernando (1971).

La figura 12 recoge el estado en que quedaron dos columnas de la planta baja del Olive View Hospital. En la figura 1.12 a) se observa la destrucción total en un pilar armado ligeramente con cercos, mientras la 1.12 b) muestra el comportamiento dúctil de una columna con el núcleo confinado con un armado espiral denso.

El terremoto de San Fernando puso también de manifiesto la fragilidad de los *puentes de carretera* ante la acción sísmica (fig. 1.13) que, al caer, dejaron

de cumplir su fundamental misión de comunicación para el escape o la llegada de ayuda en el momento más grave.



FIGURA 1.12 a), b)



FIGURA 1.13 a)

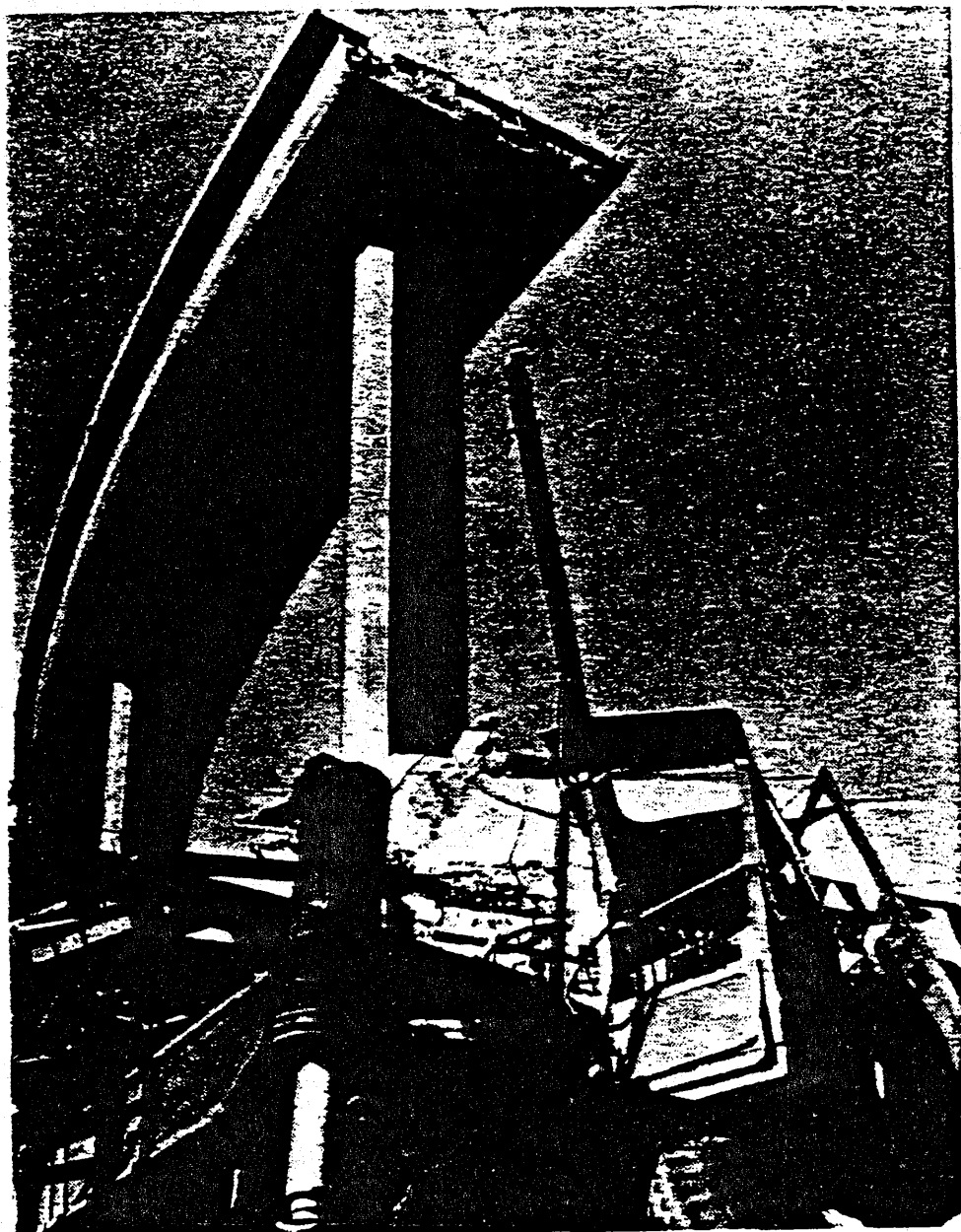


FIGURA 1.13 b)

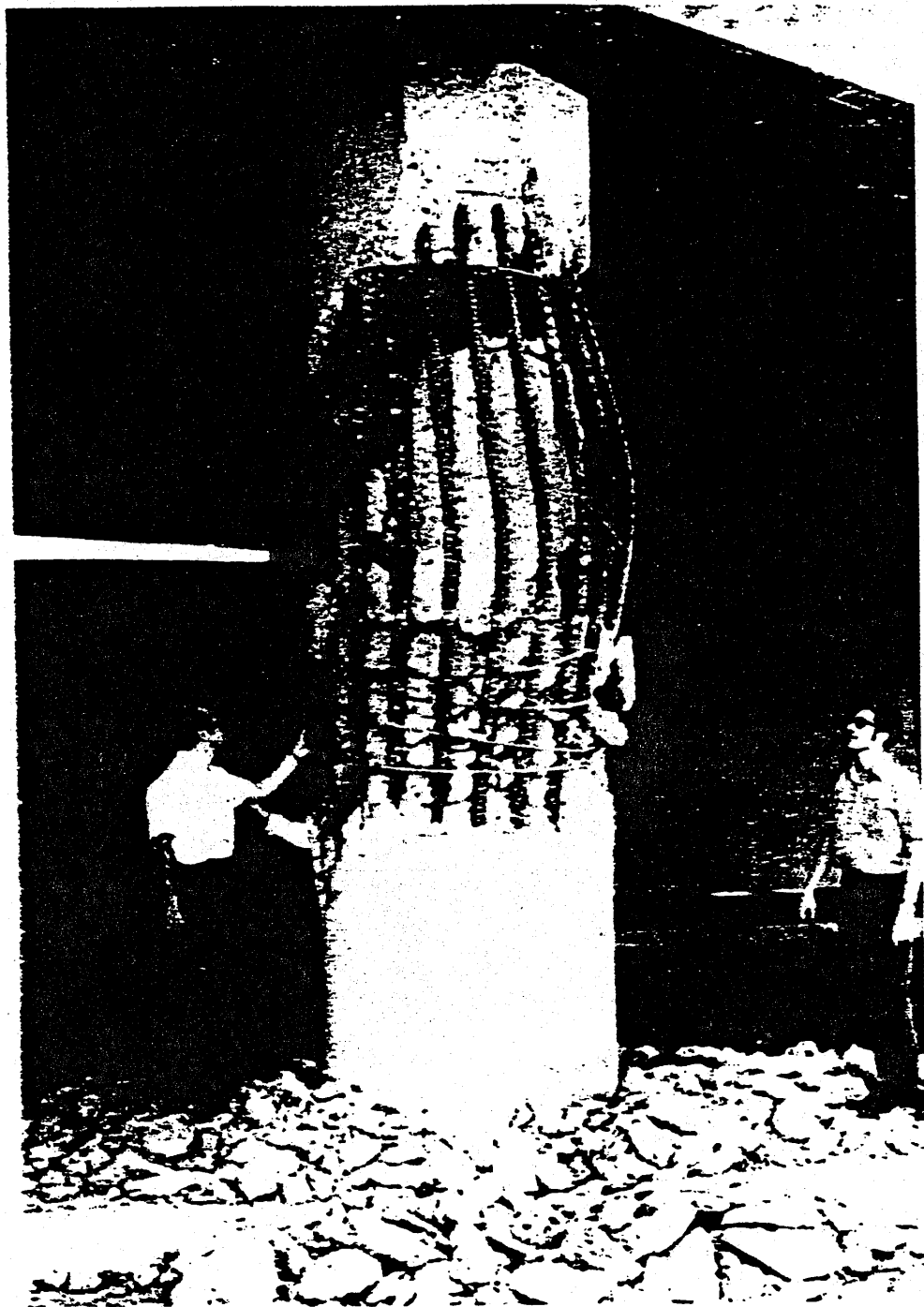


FIGURA 1.13 c)

De nuevo se trata de un tema recurrente como se ha visto en el terremoto de Loma Prieta donde, o bien un fallo de armado (fig. 1.2) o bien la insuficiencia de la longitud de apoyo (fig. 1.14) han provocado el colapso de tramos con la consiguiente pérdida de vidas humanas y distorsiones del tráfico.

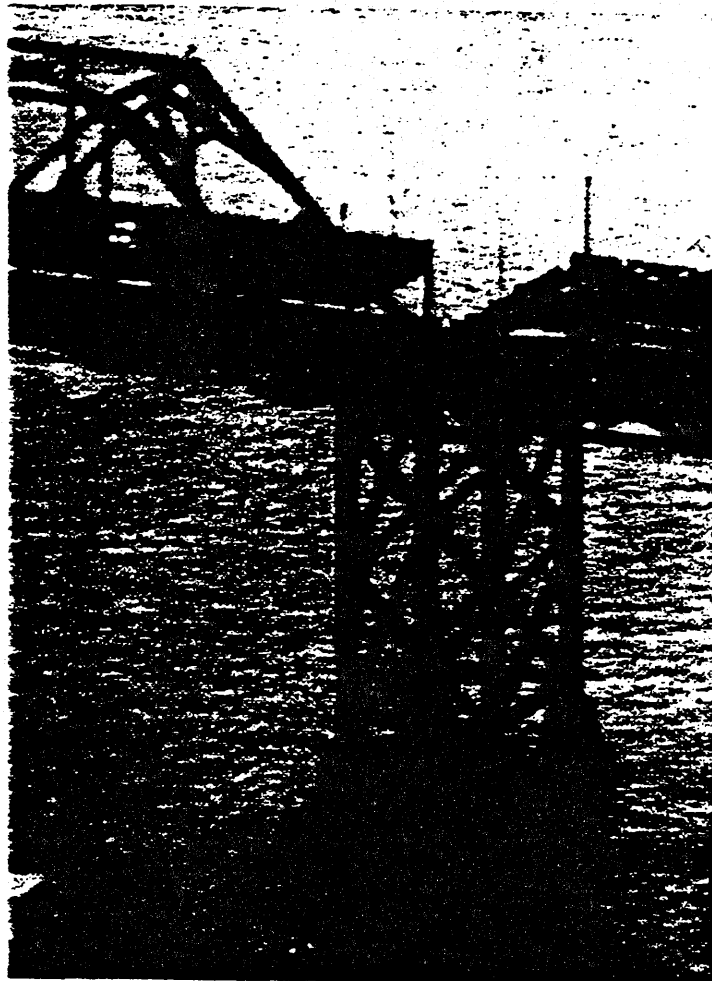


Figura 1.14

Existen otros terremotos famosos por la influencia que han tenido en ciertos temas. Así el terremoto de Tangshan en China (1979) es recordado no sólo por sus devastadoras consecuencias sino como un ejemplo de las posibilidades de predicción ayudadas en esta caso por una organización social

que hizo posible la evacuación de poblaciones consideradas críticas con lo que se disminuyó el número de accidentados.

Desde un punto de vista de la normativa es famoso el terremoto de Long Beach (1933) que produjo el derrumbamiento de numerosas escuelas (vacías dada la hora de ocurrencia, aproximadamente 6 tarde) y con ello la voluntad de desarrollar una norma sismorresistente (la Field Act) para California que, en sucesivas variantes, fue seguida por otras posibles.

Muy citado es también el terremoto de El Centro (1940); lo que lo hizo famoso fue su acelerograma (fig. 1.15), uno de los primeros recogidos y con una aceleración notable, que todavía es utilizado en algunos estudios de estructuras.

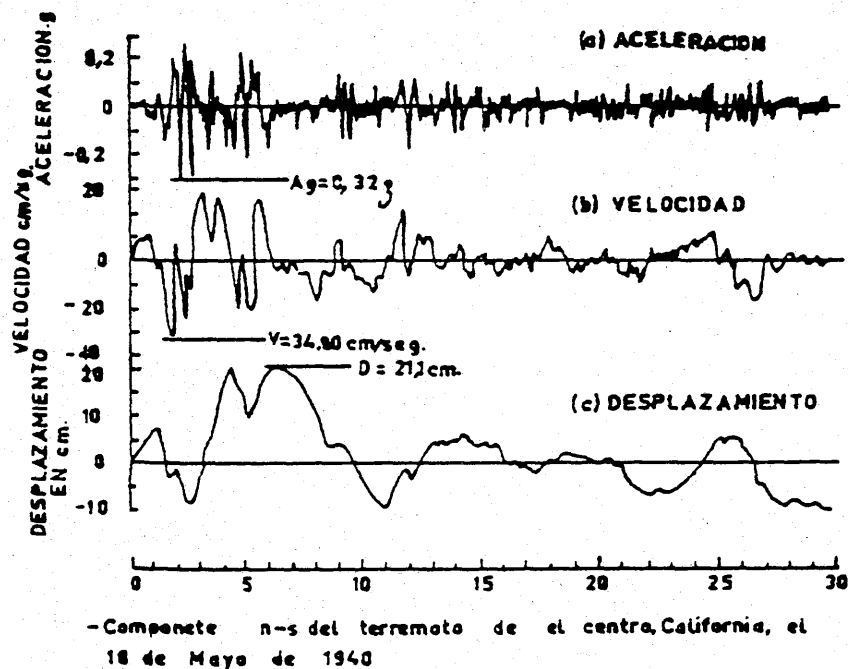


Figura 1.15

A la misma época pertenecen los de Olimpia (1949) y Taft (1952) que fueron tratados por Housner para cosntruir el primer *espectro de respuesta medio* correspondiente a terremotos reales.

En ocasiones la magnitud del movimiento supera los límites de duración, unas decenas de segundos, que se estiman habitualmente. Así en 1960 Chile fue sometida a 5 terremotos con una magnitud superior a 7, en menos de 2 días. Este terremoto es famoso por dos motivos el *maremoto* provocado por el movimiento y las *oscilaciones de la tierra* como cuerpo elástico que duraron casi un mes y permitieron comprobar la teoría de Love que estimaba el período fundamental de vibración de la esfera terrestre en unos 60 minutos.

El maremoto (o tsunami) tuvo efectos devastadores en la costa chilena donde se registraron olas sucesivas de hasta 6 m de altura, pero se transmitió a Hawaïi y Japón. La figura 1.16 muestra como la ola en Ofunato (Japón) elevó los barcos pesqueros sobre un muelle situado a 2,5 m sobre el nivel del mar y los arrastró 50 m hacia el interior de la ciudad.

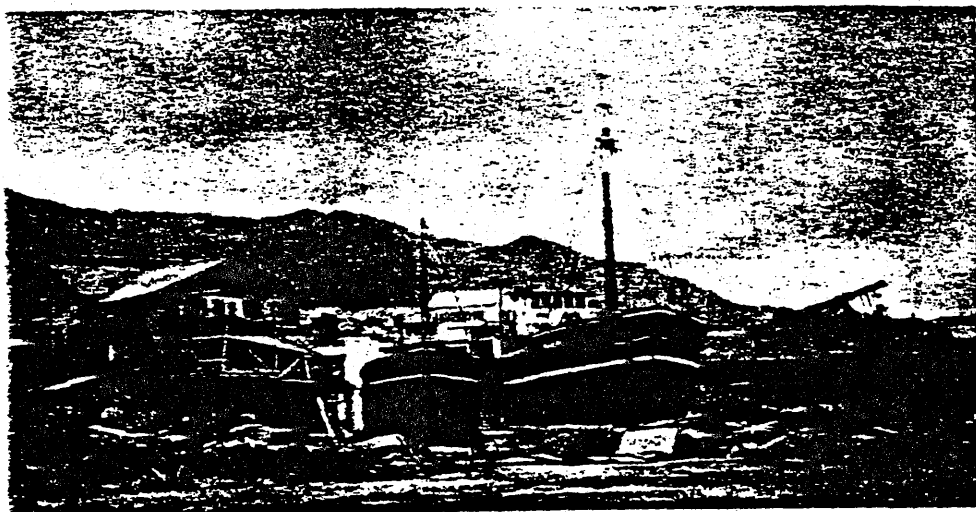


Figura 1.16

Este efecto de oleaje se produjo también sobre las costas portuguesas y españolas durante el famosísimo terremoto de Lisboa de 1755 que está considerado como uno de los mayores terremotos de los que se tiene noticia (algunos autores le asignan una magnitud próxima a 9). La cuarta parte de los habitantes de Lisboa murieron en 6 minutos, dándose la circunstancia que, al ser 1 de noviembre, día de Todos los Santos, gran parte de ellos fueron sepultados en el hundimiento de las iglesias donde se encontraban. Un nuevo muelle de mármol, lleno de personar que habían huído de la ciudad fue arrastrado y hundido por el tsunami posterior. El terremoto se sintió en toda España, en El Cairo, Escandinavia, Islas Británicas, Suiza, etc. Dando lugar a oscilaciones del agua en lagos (seiches). Por ejemplo se asegura que en Loch Lomond en Escocia en agua subió 70 cm.

El terremoto de Lisboa motivó un profundo interés científico y debe recordar permanentemente la sismicidad de la Península Ibérica, la importancia de los sismos lejanos y el riesgo de maremotos en nuestras costas del sur.

Finalmente y como ejemplo de lo que puede ser un terremoto catastrófico en Andalucía se recuerda el sismo de 1884 que ha servido de base para estudios recientes de riesgo (Martín, 1981) y que fue estudiado por diferentes comisiones internacionales. La figura 1.17 recoge los destrozos ocasionados en Ventas de Zafarraya en las proximidades de Granada.



Figura 1.17

1.3 ALGUNOS TEMAS DE ESTUDIO TIPICOS DE LA INGENIERIA SISMICA

De la descripción somera realizada en el apartado anterior cabe deducir la gran cantidad de aspectos que deben tratarse al realizar un estudio sísmico. Ello queda reflejado en la inmensa cantidad de documentación disponible sobre temas parciales y la dificultad para su asimilación ("ahitos de información y ayunos de sabiduría" sería la situación según D. Key).

Los grupos más interesantes de temas se refieren, desde el punto de vista del ingeniero, a la definición de la acción sísmica; a la comprensión del comportamiento dinámico de estructuras y materiales; al diseño de formas y detalles constructivos favorables para la supervivencia de estructuras antes sismos, y finalmente, a la codificación de todo ese conocimiento y experiencias en Normas de aplicación para la industria de la Construcción.

Como se verá, la definición de la acción incluye en primer lugar la zonificación del territorio en estudio y el estudio del riesgo sísmico según niveles generales, como la magnitud, intensidad, o la máxima aceleración esperable en el emplazamiento. No obstante se precisan definiciones adicionales como la duración o la forma del movimiento que pueden tener influencia decisiva en el comportamiento no lineal de estructuras y materiales.

La forma puede ser definida en el dominio del tiempo, mediante acelerogramas (fig. 1.15), o en el dominio de la frecuencia con técnicas clásicas de espectros de Fourier, densidades espectrales, etc., o con la idea "ad hoc" de espectros de respuesta. En este último caso se ha intentado la definición de un espectro medio universal, normalizado de tal forma que la definición de la acción pueda ser simplificada al máximo, lo que da lugar a numerosos temas de reflexión y estudio.

La comprensión del comportamiento dinámico de estructuras y materiales es igualmente otro foco de interés.

La carga cíclica ocasiona problemas, tanto en suelos como en hormigón armado, aceros, albañilería, etc., completamente distintas de las estáticas. Temas como la capacidad de disipación de energía, la propagación del daño, el comportamiento dúctil o frágil, tanto en servicio como en estados últimos sólo pueden ser comprendidos tras la experiencia de terremotos anteriores o de ensayos con plataforma vibratoria. El coste del conocimiento es, en cualquier caso, muy elevado y requiere tiempo; algunos desarrollos relativamente recientes como los ensayos con muro de reacción muestran que todavía existen posibilidades para el ingenio.

Lo mismo sucede con el comportamiento de estructuras completas. Incluso en régimen lineal y elástico el análisis de estructuras con un nivel moderado de complicación conduce muchas veces a conclusiones difícilmente predecibles desde la formación ingenieril habitualmente "estática". Tanto los modelos numéricos como los métodos de cálculo, deterministas y probabilistas, están sufriendo una evolución continua pese al alto nivel de sofisticación ya alcanzado. En algunos casos se han desarrollado vigorosas ideas, como el llamado "diseño basado en capacidad", que reúnen características de análisis, predicción y estructuración del esquema resistente en sentido de facilitar el proyecto racional y plantear una base, igualmente racional, para el diseño de los detalles constructivos.

Finalmente, el legislador debe resumir la experiencia en Normas constructivas que, estableciendo exigencias mínimas de obligado cumplimiento, permitan garantizar un nivel de seguridad comparable al obtenido con otras acciones.

La legislación sismorresistente es relativamente reciente. En principio se pensaba que una estructura diseñada para resistir viento sería igualmente

adecuada para sismos. La figura 1.18 pone de manifiesto que el contenido de frecuencias de ambas solicitaciones es completamente distinto, y por ello las Normas pasaron de imponer una carga fija, independientemente de las características dinámicas de la estructura, por ejemplo el 10 % del peso, a establecer fórmulas variables con la frecuencia.

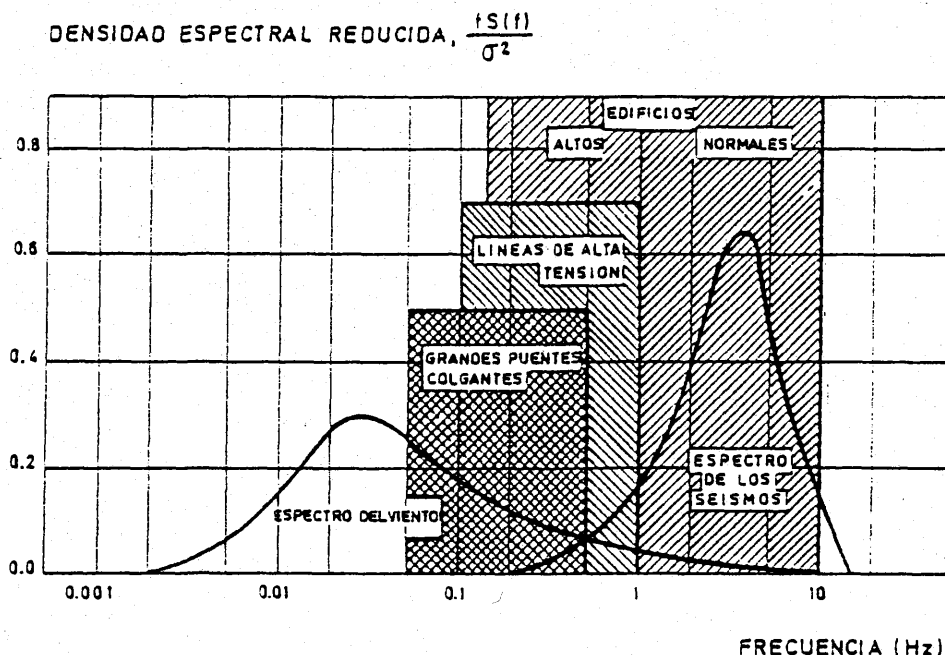


Figura 1.18

Ejemplo del primer caso era el "Building Code of the city of Los Angeles" de 1933 establecido tras el citado terremoto de Long Beach que en 1943 fue modificado para introducir una fórmula dependiente del número de plantas (y por tanto, indirectamente, de la frecuencia propia del edificio) y en 1957 condujo a la famosa norma del Structural Engineers Association of California (SEAO) donde ya se incluían específicamente las características dinámicas del edificio así como su ductilidad.

En España la norma MV 101-1962 incluía un coeficiente sísmico que dependía de la zonificación del territorio, del tipo de construcción e incluso, del

tipo de terreno. El auténtico cambio cuantitativo, sin embargo, se produjo con la publicación de la norma PGS-1 (1969) y su posterior modificación PDS-1 (1974) que introdujo la estructura moderna de las normas sísmicas e impulsó el desarrollo de los estudios dinámicos.

En la actualidad se encuentra pendiente de publicación una nueva Norma que trata de incluir los avances habidos desde 1974, tanto en la comprensión del riesgo sísmico, como en el análisis de estructuras y cooperación internacional (Eurocódigos).

1.4 REFERENCIAS

- 1.1 *John H. Hodgson: Earthquakes and Earth Structure.* Prentice-Hall 1964.
- 1.2 *Robert L. Wiegel: Earthquake engineering.* Prentice-Hall 1970.
- 1.3 *Gordon B. Oakeshott: Volcanoes and Earthquaks.* Mc Graw 1976.
- 1.4 *Richard W. Ojakangas & D.G. Darby: The Earth.* Mc Graw 1976.
- 1.5 *David Key: Earthquake design practice for buildings.* Thomas Telford Ltd 1988.
- 1.6 *Antonio Martín y otros: El terremoto de Andalucía del 25 de diciembre de 1884.* Instituto Geográfico Nacional. Madrid 1981.

CAPITULO II

DEFINICION FISICA DE LA ACCION SISMICA

Se resumen a continuación algunos conceptos utilizados en la descripción física de la acción. Se trata de una presentación muy somera de temas en continua evolución. Se comienza con unas indicaciones sobre tectónica global que permiten hacerse una idea del origen de los terremotos en un marco general.

A continuación se recuerdan algunos conceptos imprescindibles sobre propagación de ondas en medios elásticos, lo que permite comentar la composición de los acelerogramas, la estructura interna de la tierra y la localización de terremotos. Finalmente se incluyen las definiciones fenomenológicas e instrumentales utilizadas para describir el sismo, así como algunas correlaciones habituales entre ellas.

- 2.1 Tectónica global**
- 2.2 Propagación de la señal**
 - 2.2.1 Ondas elásticas**
 - 2.2.1.1 Ondas P y S**
 - 2.2.1.2 Ondas de Rayleigh**
 - 2.2.1.3 Ondas de Love**
 - 2.2.2 Reflexiones y refracciones**
 - 2.2.3 Método de Thomson-Haskell**
 - 2.2.4 Aplicaciones diversas**
- 2.3 Sismicidad**
- 2.4 Ondas originadas por explosiones**
- 2.5 Ejercicios**
- 2.6 Referencias**

2.1 TECTONICA GLOBAL

El análisis de los registros sísmicos y su interpretación en relación con la estructura supuesta de la tierra ha permitido la mejora sucesiva del acuerdo entre modelo y datos experimentales. La figura 2.1 recoge un esquema que sigue siendo válido como marco general. Existe una capa o *corteza*, limitada a unos 35 km. de profundidad por la llamada discontinuidad de Mohorovicic, formada por rocas graníticas y basálticas. En los fondos oceánicos el granito desaparece y la corteza basáltica tiene un espesor de pocos kilómetros.

El conjunto anterior más una capa de unos 50 km. desde la superficie forma la llamada *litosfera*. Algunos autores incluyen parte del manto superior en la idea de litosfera (ver ref. 2.1).

A continuación se encuentra el *manto* que llega hasta unos 2.900 km. de profundidad y en el que se acostumbra a distinguir el manto *superior* y el *inferior* llegando el primero hasta una profundidad de 600 km.

A continuación y confirmando una hipótesis de Oldham (1900) se detecta una zona llama *núcleo* hipotéticamente líquido aunque algunos autores como Lehman defienden la existencia de un *núcleo interno* a unas profundidades del orden de 5.100 km.

Para situar los terremotos tectónicos en el marco global las ideas suelen remontarse a la teoría de la *deriva continental* de Wegener (ref. 2.2), a partir de una masa inicial o Pangea. Como es sabido, la idea de un *sial* ligero flotando sobre un *simá* más denso, fue inicialmente desechada al no encontrar signos de los mecanismo movilizadores de la deriva. Sin embargo el análisis de las anomalías gravimétricas en las estructuras de arcos de islas provocó la conjetura de Veining-Meisnez sobre las corrientes de *convección* en el manto que influirían de forma decisiva sobre los fenómenos tectónicos a gran escala. Finalmente la teoría de *tectónica de placas* uno de cuyos más característicos defensores fue Tuzo

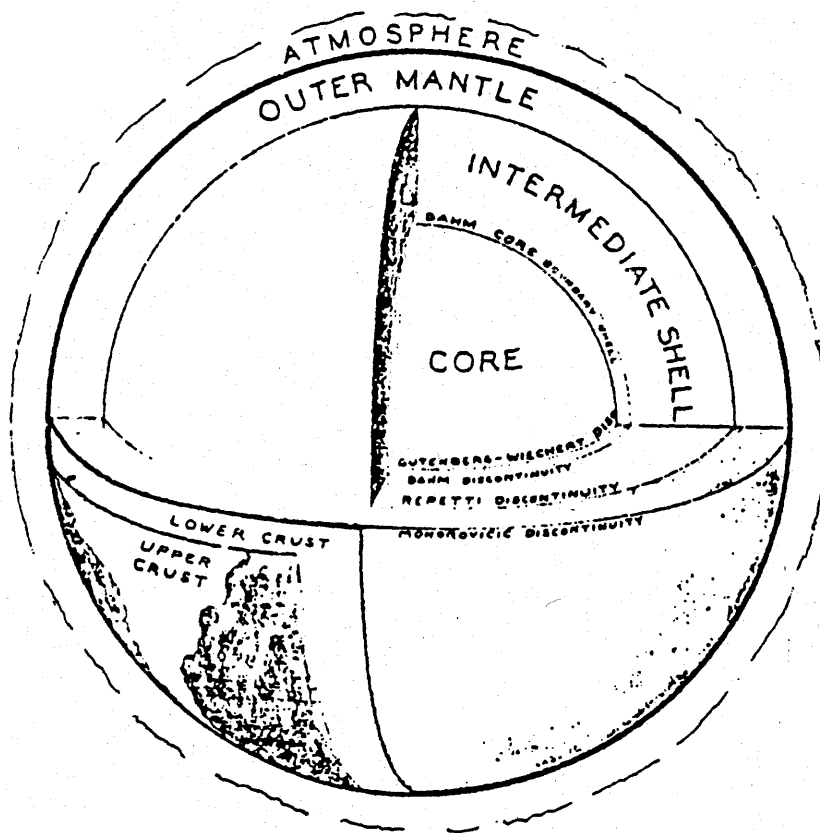


Figura 2.1

Wilson (1965) (ref.2.3) sirvió para unificar ideas y resultados de diferentes campos incluido el paleomagnetismo. Según estas ideas el material del manto aparece en las profundidades oceánicas provocando la apertura y separación de las capas litosféricas, *extensión del suelo oceánico*.

El ciclo se cierra en las fosas abisales de los arcos de islas donde las placas oceánicas buzan bajo las continentales con ángulos variables entre 35° y 45° (figura 2.2).

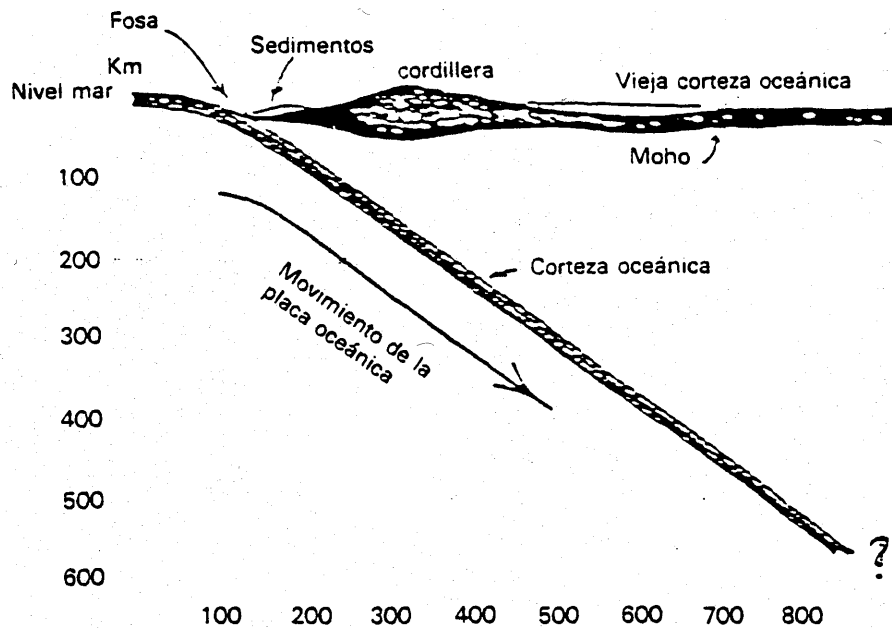


Figura 2.2

El estado de tensiones en la placa buzante varía con su longitud; en la superficie el empuje de las placas define un estado de compresión; a media profundidad la diferencia de densidades favorece la inmersión y se alcanza una situación de tracciones. Finalmente, alrededor de los 700 Km. de profundidad las placas empiezan a ser reabsorbidas en el manto y se produce de nuevo una situación de compresiones.

Los fenómenos de creación de fondo oceánico y subducción se ven completados por *fallas de transformación* que aparecen entre trozos de la misma placa dotados de diferente velocidad.

Algunas de las placas que han sido identificadas se recogen en la figura 2.3 y en ellas lo más interesante es la asombrosa coincidencia con la distribución geográfica de la proyección en superficie de los focos teóricos de origen del terremoto (*hipocentros*) a los que se denomina *epicentros* y que son determinados a nivel global por organizaciones internacionales tan pronto como se produce un sismo. De esta forma el terremoto se contempla como un fenómeno ligado a la

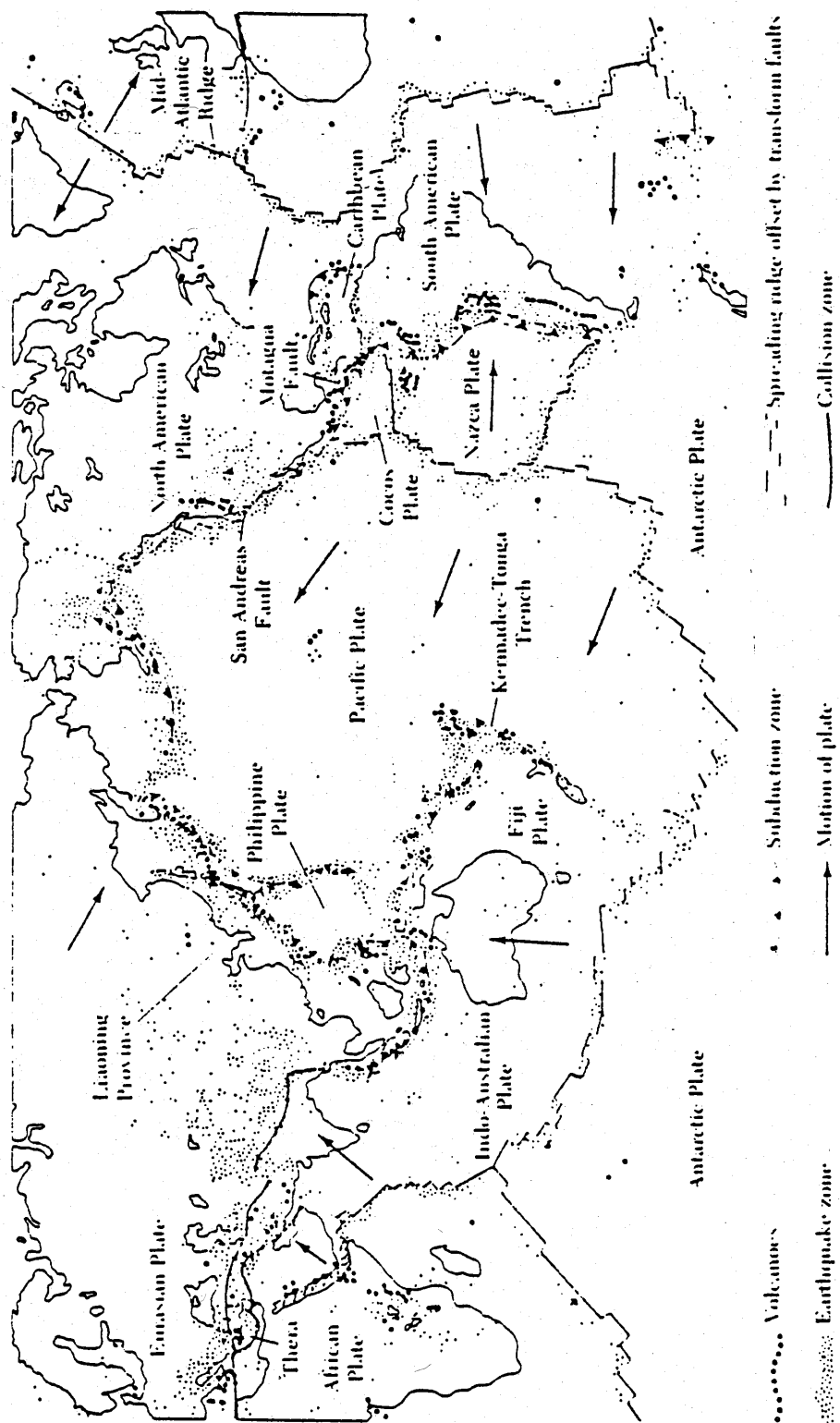


Figura 2.3

tectónica global y, por tanto, con orígenes mecánicos.

La idea de un foco puntual en el interior de la tierra implícita en la figura 2.3 debe ampliarse a la de zona estensa en la que se produce la rotura si se quiere ser congruente con el panorama descrito, pero no deja de ser útil en términos descriptivos e incluso cuantitativos. En el apartado 2.3 se volverá sobre

2.2 PROPAGACION DE LA SEÑAL

Desde el punto de vista ingenieril interesa la cuantificación del movimiento que llega a un emplazamiento cuando se ha producido un sismo a una cierta distancia.

La forma más inmediata de coseguirlo consiste en modelar la tierra como un cuerpo elástico lineal y, estudiar la posible propagación de ondas en él. En general se distingue el modelo homogéneo, con sus variedades de extensión infinita o semiespacio y el caso estratificado; en los primeros se establece la existencia de ondas tanto volumétricas como superficiales (R) y con el segundo se identifican ondas superficiales transversales (L).

2.2.1

ONDAS ELASTICAS

Como es sabido, las ecuaciones de Navier en un medio elástico homogéneo e isótropo son

$$(\lambda + G) (\nabla \nabla) \underline{u} + G \nabla^2 \underline{u} + \underline{X} = \rho \underline{\ddot{u}} \quad (2.1)$$

donde

\underline{u} es el vector que recoge los desplazamientos del punto en estudio

$\underline{\ddot{u}}$ es el vector de aceleraciones

λ, G son los parámetros de lamé

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)}$$

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

E módulo de Young del medio

ν coeficiente de Poisson del medio

ρ densidad del medio

\underline{X} vector que recoge las fuerzas por unidad de volumen

Si se estudia la propagación de pequeñas perturbaciones elásticas se puede prescindir del vector \underline{X} y con ello las ecuaciones de equilibrio expresadas en desplazamientos se reducen a

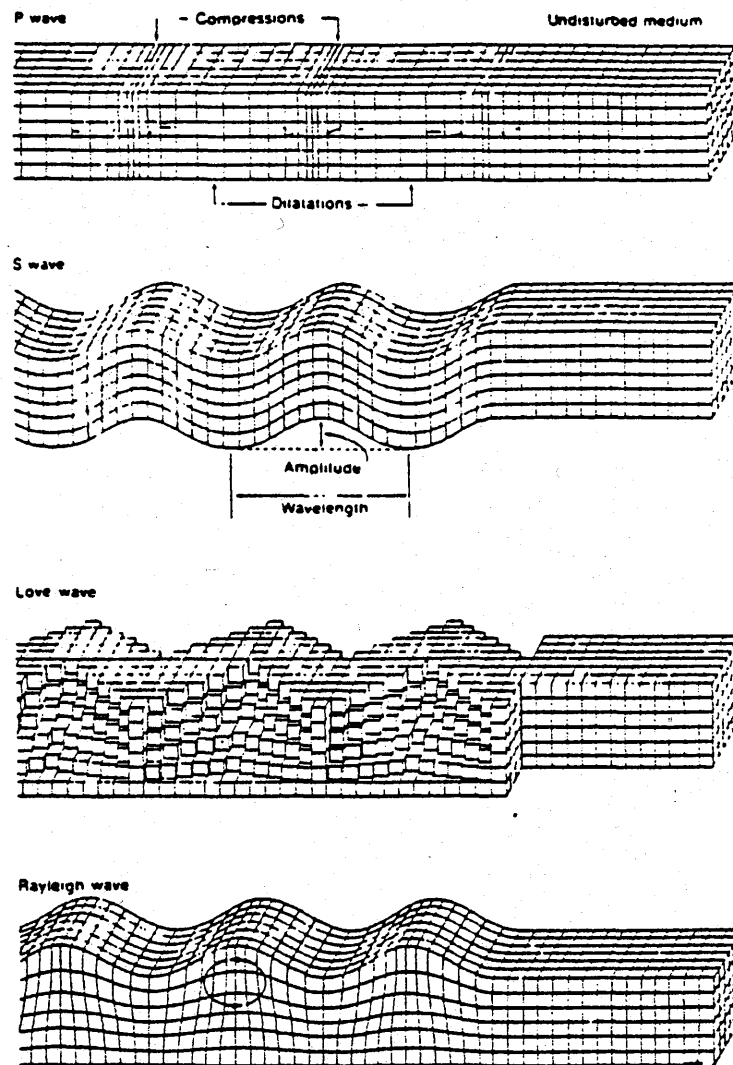


Figura 2.5

A continuación se exponen lo que podría considerarse como un mínimo teórico imprescindible para entender problemas como la amplificación de movimientos por el suelo, la interacción dinámica terreno-estructura, etc. sin hablar de la importancia en temas como la localización de hipocentros o el estudio de la estructura interna de la tierra. (ref. 2.4)

$$(\lambda + G) \nabla \nabla \underline{u} + G \nabla^2 \underline{u} = \rho \ddot{\underline{u}}$$

2.2.1.1. ONDAS P Y S

Supóngase que se desea ver la posibilidad de que estas ecuaciones sean cumplidas por los movimientos bosquejados en la figura 2.6.

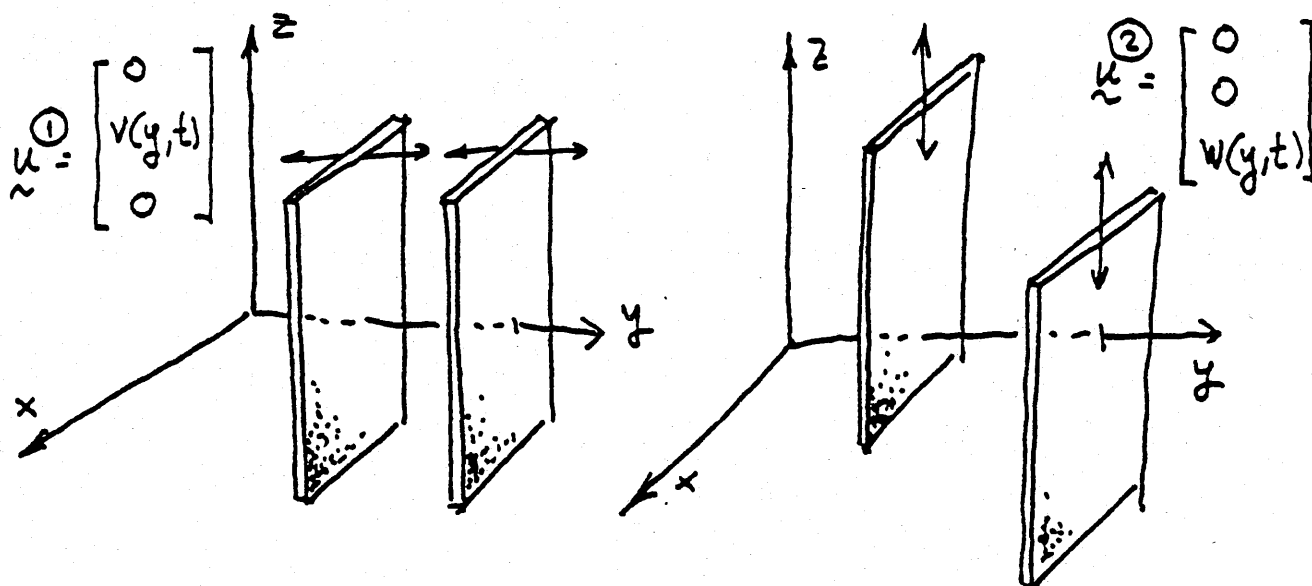


Figura 2.6

En el primer caso todos los puntos de cada plano "y" constante se ven obligados a moverse en la dirección de "y", con lo que se producen cambios de volumen, mientras que en el segundo se obligan deslizamientos según "z" que no afectan al volumen (Ejercicio 2.1).

Puede comprobarse que la sustitución de \underline{u}^1 y \underline{u}^2 en (2.2) conduce a las condiciones

$$\begin{aligned}\alpha^2 \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} &= \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} & \beta^2 \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} &= \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \\ \alpha^2 &= \frac{\lambda + 2G}{\rho} & \beta^2 &= \frac{G}{\rho}\end{aligned}\quad (2.3)$$

α , β dependen exclusivamente de las propiedades del medio y son por tanto características de él.

Algunos de sus valores se indican en las tablas siguientes

Tabla 2.1

	α (m/seg)	β (m/seg)
	Achenbach (ref. 2.4)	
AIRE	340	-
AGUA	1480	-
ACERO	5940	3220
COBRE	4560	2250
ALUMINIO	6320	3100
VIDRIO	5800	3350
	Barkan (ref. 2.5)	
ARCILLA SATURADA	1500	150
ARENA Y GRAVA DENSE	480	250
ARENA FINA	300	110
ARENA MEDIA	550	160
GRAVA MEDIA	750	180

Tabla 2.1

Continuación
(Whitman (ref. 2.6))

Valores típicos de C_s para pequeñas deformaciones de suelo $\gamma > 10^{-5}$.

	tensión admisible		C	G	
	KPa	Kg/cm ²	m/seg	mPa	Kg/cm ²
LIMO BLANDO O ARCILLA	50	0,5	90	15	150
SUELO DE DENSIDAD MEDIA	95	0,95	150	40	400
SUELO DENSO O FIRME	180	1,8	250	120	1200
ARENA O GRAVA MUY COMPACTA	350	3,5	330	200	2000
ARENA O GRAVA CEMENTADA	600	6	450	400	4000
ROCA BLANDA	950	9,5	600	700	7000
ROCA MEDIA	-	-	900	1600	16000
ROCA DURA	-	-	1500	4500	45000

Como puede observarse

$$\frac{\alpha^2}{\beta^2} = \frac{\lambda + 2G}{G} > 1 \quad (2.4)$$

$$\alpha > \beta$$

Las ecuaciones (2.3) son típicas ecuaciones de ondas y admiten una solución general (Ejercicio 2.2).

$$v(y, t) = f(y - \alpha t) + F(y + \alpha t) \quad (2.5)$$

Obsérvese que ello significa que el valor de la función correspondiente a la pareja (y, t) es idéntico al que se tenía en $y^* = y - \alpha t$ ó $y^* = y + \alpha t$ respectivamente.

Las distancias $y - y^* = \alpha t$ ó $y^* - y = \alpha t$ han sido recorridas respectivamente por f y F avanzando a velocidad α en el sentido positivo o negativo del eje y .

Se trata pues de señales viajeras o una velocidad $\alpha > \beta$ en el caso $W(y, t)$.

En virtud de (2.4) la primera señal en llegar al emplazamiento es la correspondiente a α y por ello se la llama onda P (primae) y a la β onda S (secundae).

En el ejemplo anterior todos los puntos de cada plano normal al eje tienen el mismo movimiento y , aunque la señal avanza (o retrocede) según el eje y , el movimiento puede ser longitudinal (P) o transversal (S).

Se puede generalizar el problema y estudiar la posibilidad de *ondas planas*.

$$u(x, t) = f(x - ct) \quad (2.5)$$

En este caso planos perpendiculares al vector \underline{n} se desplazan en la dirección \underline{d} (figura 2.7)

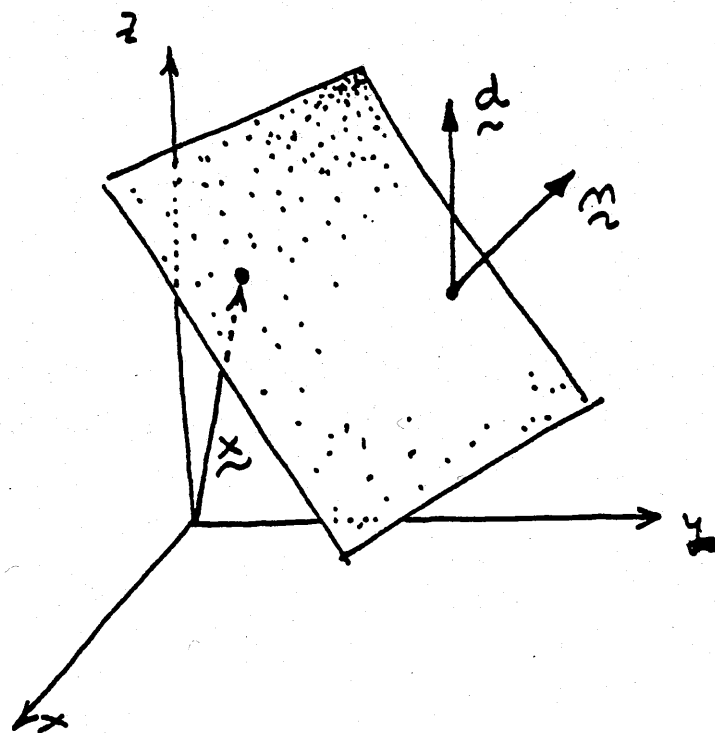


FIGURA 2.7

Un razonamiento semejante al anterior (Ejercicio 2.3) permite establecer las únicas posibilidades para que se cumplan las ecuaciones de equilibrio

$$\begin{array}{lll} n \frac{d}{dt} = 1 ; & c = \alpha & \text{ondas } P \\ n \frac{d}{dt} = 0 ; & c = \beta & \text{ondas } S \end{array} \quad (2.6)$$

Las ondas longitudinales P y transversales S son pues las únicas que pueden propagarse en un medio infinito.

A la misma conclusión puede llegarse si se trabaja con ondas esféricas (véase ref. Hudson ref. 2.7) de las que las planas pueden considerarse como aproximación local.

Un caso particular de las ondas planas son las *armónicas* debido a la posibilidad de descomposición de la señal en diferentes frecuencias. En estos casos el argumento figura combinado con la función exponencial

$$u(x, t) = A e^{ik(x - ct)} \underline{d} \quad (2.7)$$

Donde A es la *amplitud* de la onda, k es llamado número de onda y \underline{d} la *dirección del movimiento* de la partícula. Para que aparezca el familiar término de oscilaciones armónicas $e^{i\omega t}$ basta hacer

$$kc = \omega = \frac{2\pi}{T} \quad (2.8)$$

donde T es el período o tiempo que tarde en repetirse el movimiento.

$$u = A e^{i(kx - \omega t)} = A e^{i2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}\right)} \quad (2.9)$$

donde se ha introducido un nuevo número λ que hace adimensional al primer sumando entre paréntesis.

Obsérvese que para cada instante fijo el movimiento según x es periódico de período λ . Esta es llamada longitud de onda (figura 2.8) y mediante (2.8) se

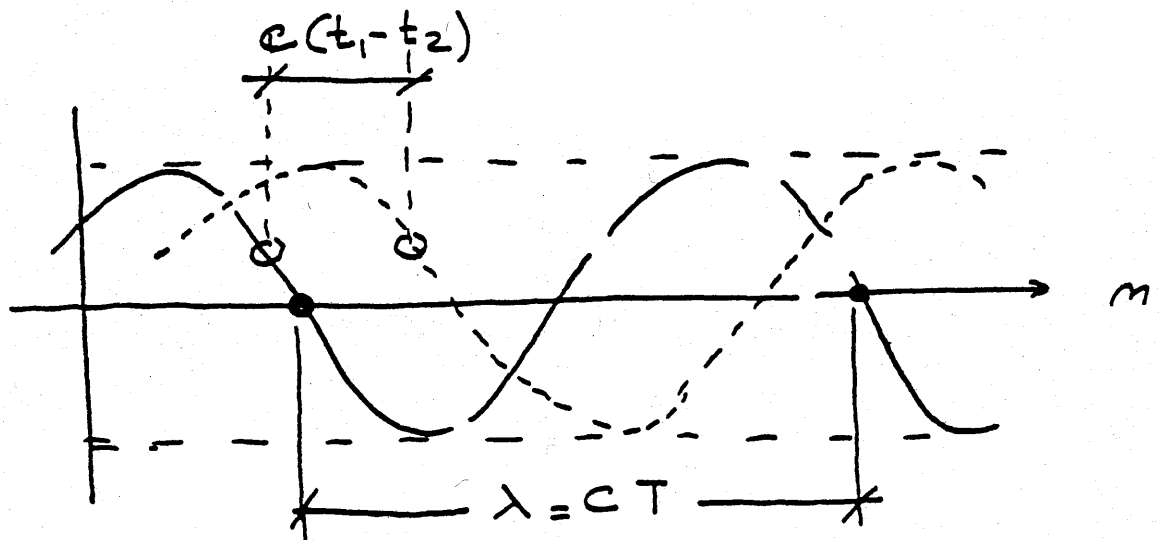


Figura 2.8

puede relacionar con el resto de los parámetros.

$$kc = \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\lambda} c \quad (2.9)$$

o lo que es lo mismo,

$$\lambda = cT \quad (2.10)$$

Un nuevo ajuste en (2.9) permite escribir

$$u = A e^{i\omega(xT - c)} q \quad (2.10)$$

donde

$$q = \frac{n}{c} \quad (2.11)$$

es llamado vector *lentitud* (es el slowness vector de Crandall (ref. 2.8)).

En el caso de dos dimensiones

$$\begin{aligned} q &= (q_1, q_2)^T \\ |q| &= q_1^2 + q_2^2 = \frac{n_1^2 + n_2^2}{c^2} = \frac{1}{c^2} \end{aligned} \quad (2.11)$$

que puede representarse mediante un círculo (figura 2.8).

Si se admite la posibilidad de valores complejos de la normal, por ejemplo,

$$n = (n_1; n_2; in_3)^T \quad (2.12)$$

$$u = A e^{-kzn_3} e^{ik(xn_1 + yn_2 - ct)} \quad (2.13)$$

que representa una onda armónica plana en (x, y) que se amortigua al crecer la coordenada z .

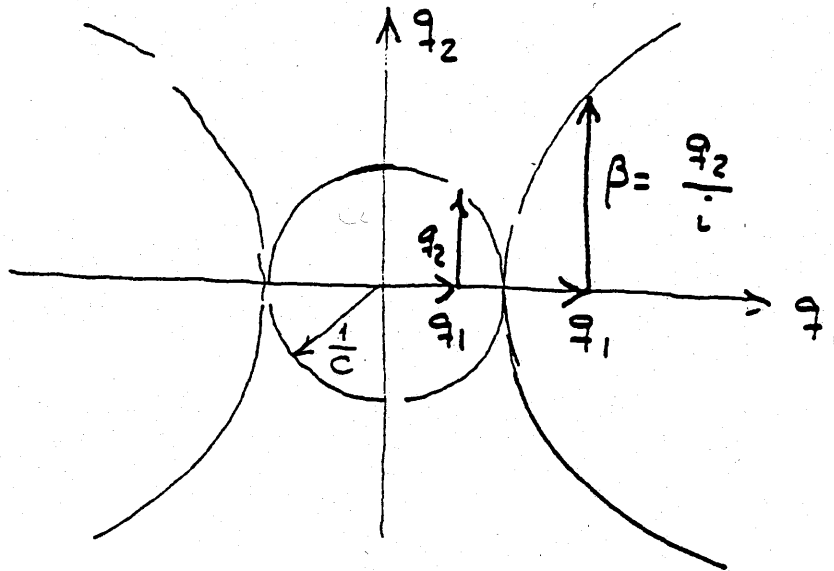


Figura 2.8

En este caso si q_1 es real y mayor que $|q|$ se obtiene la hipérbola

$$q_2^2 = - (q_1^2 - q^2) \quad (2.14)$$

El uso del vector lentitud es interesante para obtener algunas conclusiones rápidas en problemas de reflexión y refracción (véase apartado 2.2.2).

Si se toma el plano definido por la norma \underline{n} y el eje vertical z (figura 2.9) es posible definir el *ángulo de incidencia* i . El movimiento de la onda S se produce en el plano perpendicular al anterior y se suele descomponer en la suma de SH y SV que definen el *ángulo de polarización* ϵ .

Los movimientos de SH quedan así desacoplados del resto, lo que favorece el tratamiento matemático de fenómenos en las discontinuidades y explica que, por su sencillez, sean utilizadas en muchos modelos.

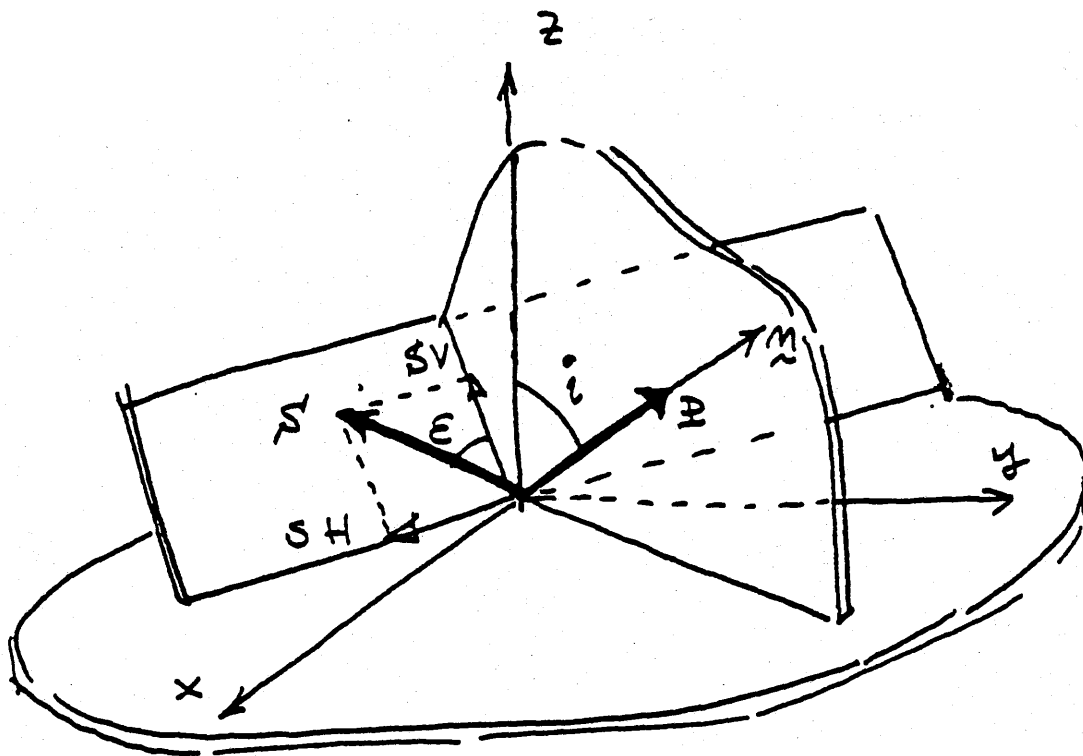


Figura 2.9

2.2.1.2. ONDAS DE RAYLEIGH

Un primer ejemplo de ondas del tipo (2.13) que se amortiguan con la profundidad fue desarrollado por lord Rayleigh en 1887. Buscando obtener ondas superficiales estudió la posibilidad de movimientos del tipo

$$\begin{aligned} u &= A e^{-bz} e^{ik(x-ct)} \\ v &= 0 \\ w &= B e^{-bz} e^{ik(x-ct)} \end{aligned} \quad (2.15)$$

que, si el eje z se dirige hacia el interior y b es un número real positivo, se amortiguan con Z positivos.

La introducción de las ecuaciones (2.15) en las (2.2) permite demostrar (Ejercicio 2.4) que b puede tomar los valores

$$\begin{aligned} b_1 &= k \sqrt{1 - \left(\frac{c}{\alpha}\right)^2} \\ b_2 &= k \sqrt{1 - \left(\frac{c}{\beta}\right)^2} \end{aligned} \quad (2.15)$$

Puesto que se ha exigido que b sea real y positivo está claro que

$$c < \beta < \alpha \quad (2.16)$$

Es decir, estas ondas superficiales denominadas de Rayleigh, llegan al emplazamiento tras las P y S.

Se comprueba además que, para cada valor de b , la relación entre las amplitudes A y B es

$$\begin{aligned} \left(\frac{B}{A}\right)_1 &= -\frac{b_1}{ik} \\ \left(\frac{B}{A}\right)_2 &= i\frac{k}{b_2} \end{aligned} \quad (2.17)$$

que indican que las componentes u y w están desfasadas $\pi/2$.

Ello indica que la composición de los movimientos (u, w) produce una trayectoria de tipo elíptico contenida en plano de propagación.

Imponiendo la condición de superficie libre se obtiene la famosa ecuación de Rayleigh

$$\left[2 - \left(\frac{c}{\beta}\right)^2\right]^2 - 4\sqrt{\left[1 - \left(\frac{c}{\alpha}\right)^2\right]\left[1 - \left(\frac{c}{\beta}\right)^2\right]} = 0 \quad (2.18)$$

que permite calcular c_R para cada caso concreto.

Un ejemplo habitual es el "medio de Poisson", en el que $\nu = 0.25$, en este caso se puede comprobar que la única raíz compatible con la condición (2.16) es

$$-\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)\beta$$

Achenbach (ref. 2.4) propone la relación aproximada

$$c_R \sim \frac{0,862 + 1,14\nu}{1+\nu} \beta \quad (2.19)$$

La figura 2.10 recoge la distribución de desplazamientos y tensiones con la profundidad. Como puede verse el movimiento se encuentra localizado en una capa del orden de la longitud de onda. También es interesante observar que el desplazamiento vertical en superficie es 3/2 del horizontal.

Es posible demostrar que en interfases entre medios distintos se propagan ondas localizadas a las que se da el nombre de *ondas de Stoneley* (ver ref. 2.4).

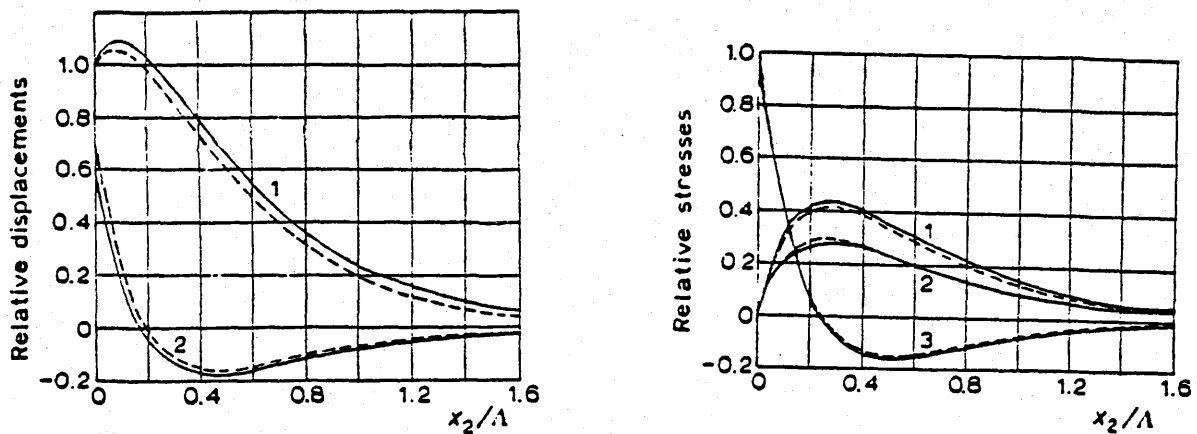


Figura 2.10

2.2.1.3. ONDAS DE LOVE

El estudio sistemático de registros sísmicos empezó alrededor de 1889 y pronto se observó que mostraban una primera etapa débil llamada "remblor precursor" y una segunda de mayor importancia o "sacudida principal". En un principio se pensó que se trataba de los trenes de ondas P y S aunque Oldham en 1900 ya hizo notar que la sacudida principal podría ser debida a ondas de Rayleigh.

La figura 2.11 tomada de Lamb (ref. 2.10) recoge una simulación numérica de los efectos de las ondas P, S y R (1904).

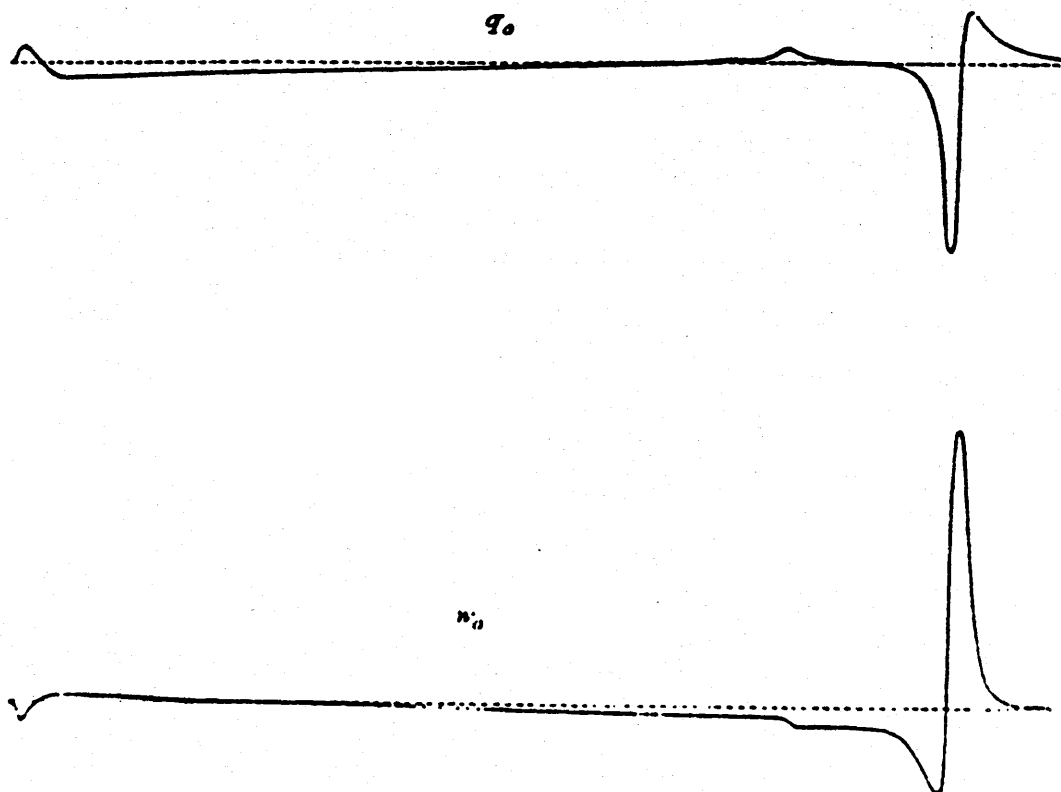


Figura 2.11

Aquella propuesta no fue bien acogida debido a los valores relativos entre los desplazamientos verticales y horizontales y a la observación que una parte importante del movimiento en el emplazamiento es transversal a la dirección de propagación.

Wiechert (1907) y Knott (1908) propusieron que esos movimientos transversales pudieran ser debidos a transmisiones a través de la corteza terrestre. Love en 1911 (ref. 2.9) tomó estas ideas y justificó matemáticamente la posibilidad de ondas transversales en un estrato soportado por un semiespacio añadiendo la condición de localización en la interfase. Es decir (figura 2.12).

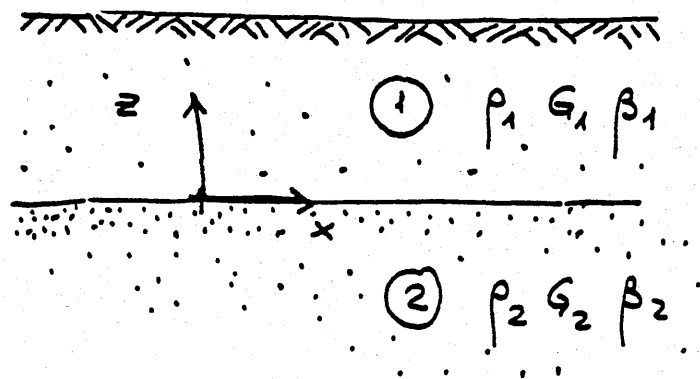


Figura 2.12

un movimiento (Ejercicio 2.7)

$$\begin{aligned} u &= w = 0 \\ v &= f(z) e^{ik(x-ct)} \\ w &= C e^{bz} e^{ik(x-ct)} \end{aligned} \quad (2.20)$$

Si se imponen las condiciones de superficie libre y continuidad en la interfase se obtiene con sencillez la ecuación

$$\operatorname{tg} kH \sqrt{\left(\frac{c}{\beta_1}\right)^2 - 1} = \frac{G_2}{G_1} \sqrt{\frac{1 - \left(\frac{c}{\beta_2}\right)^2}{\left(\frac{c}{\beta_1}\right)^2 - 1}} \quad (2.21)$$

Tomando los valores extremos de la tangente $(0, H/2)$, se observa que

$$\beta_1 < c_L < \beta_2$$

La celeridad de las ondas de Love varia pues con el argumento de la tangente, es decir, con el número de onda k y con el espesor H del estrato. Puesto que k está relacionado con la frecuencia se trata de ondas dispersivas. El efecto del espesor se observa viendo que si $kH = 0$; $c_L = \beta_2$, es decir, la velocidad se aproxima a β_2 para valores pequeños del espesor y a β_1 para valores grandes de H (a K constante). Por otro lado, la tangente tiene valores positivos no solo entre 0 y $\pi/2$ sino en los intervalos

$$\left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right); \left(2\pi; \frac{5\pi}{2}\right) \text{ etc.}$$

Para cada uno de ellos se tiene un modo de vibración, algunos de los cuales se indican en la figura 2.13, y son análogos a los obtenidos en una placa con bordes libres (Ejercicio 2.6).

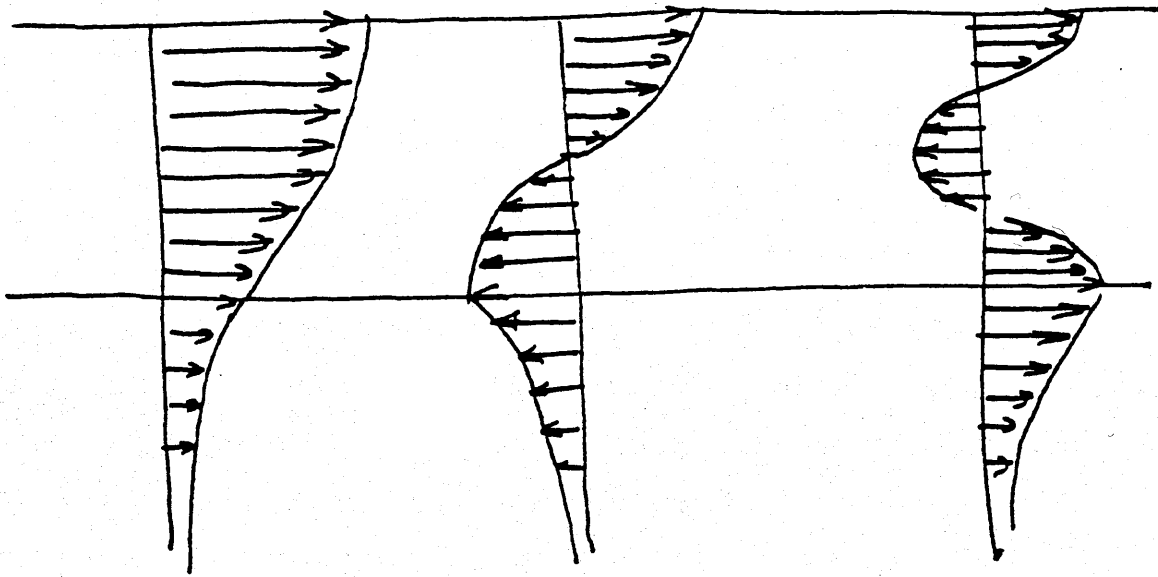


Figura 2.13

El sistema de movimientos expuesto recoge las ondas fundamentales observadas en los sismogramas y que se resumen en la figura 2.14.

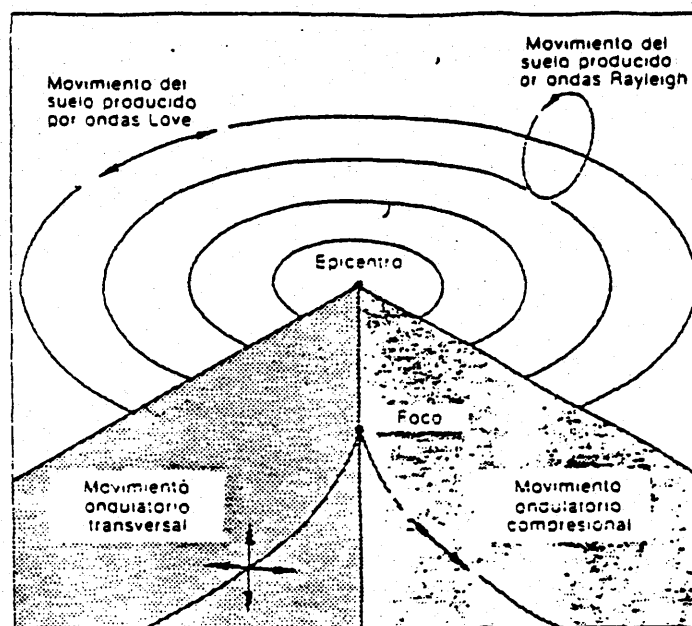


Figura 2.14

2.2.2.

REFLEXIONES Y REFRACCIONES

Cuando las ondas precitadas alcanzan una discontinuidad entre medios con diferentes propiedades se producen reflexiones y refracciones cuyos valores se pueden determinar imponiendo las condiciones de equilibrio y compatibilidad de desplazamientos. En general, las ondas SH están desacopladas y las P y SV interaccionan. Un estudio detallado del tema se puede ver en las referencias 2.1 y 2.2 y aquí el tratamiento se va a limitar a explotar algunos resultados fáciles de obtener con el diagrama de lentitud.

Imagínese el caso (fig. 2.15a) de propagación de ondas SH entre dos medios 1 y 2, cuando una onda incidente llega desde el medio 1 y $\beta_2 > \beta_1$.

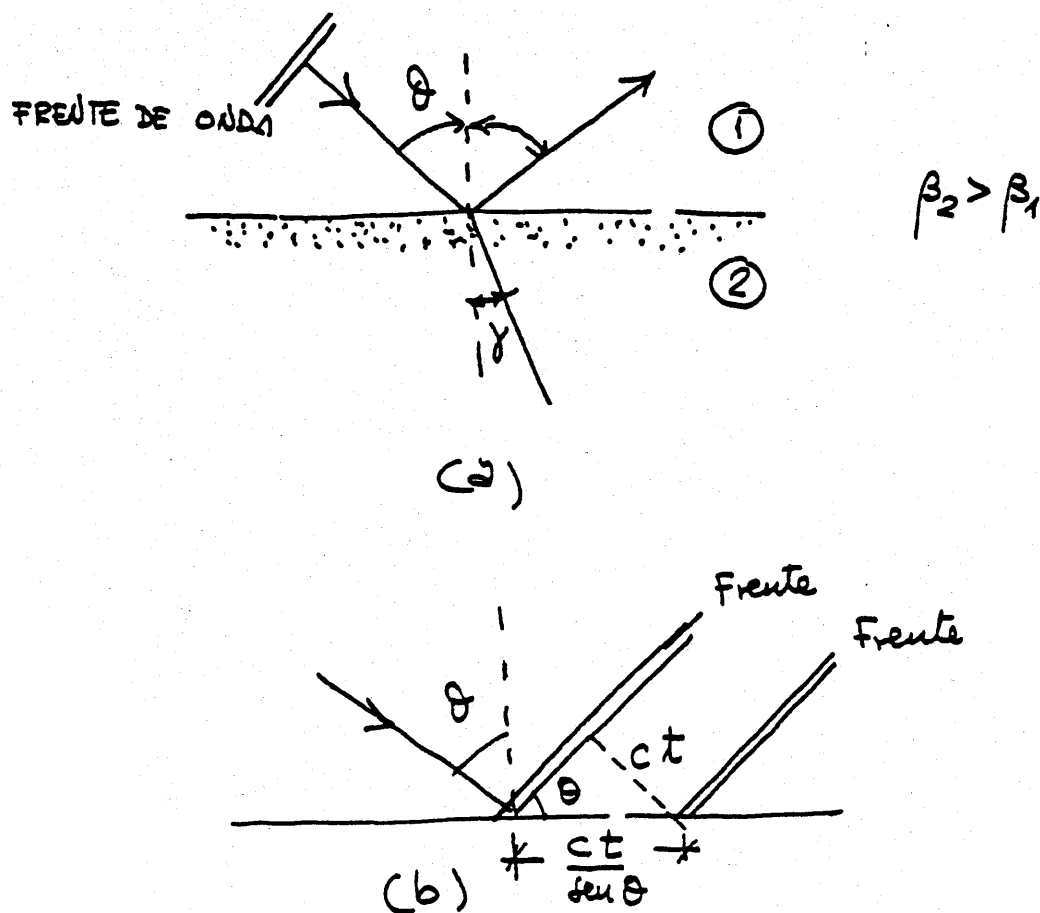


FIGURA 2.15

La velocidad a lo largo de la interfase debe ser (fig. 2.15b) común en ambos medios. Ello implica que, si se dibujan superpuestos los diagramas de lentitud la componente q_1 debe ser constante. Esto obliga a que el rayo reflejado salga con el mismo ángulo con el que llega el incidente y el refractado cumpla

$$\frac{1}{\beta_2} \operatorname{sen} \gamma = \frac{1}{\beta_1} \operatorname{sen} \theta \quad (2.22)$$

Puesto que $w = kc$ debe ser constante

$$k_1 \beta_1 = k_2 \beta_2 \quad (2.23)$$

lo que conduce a la ley de Snell

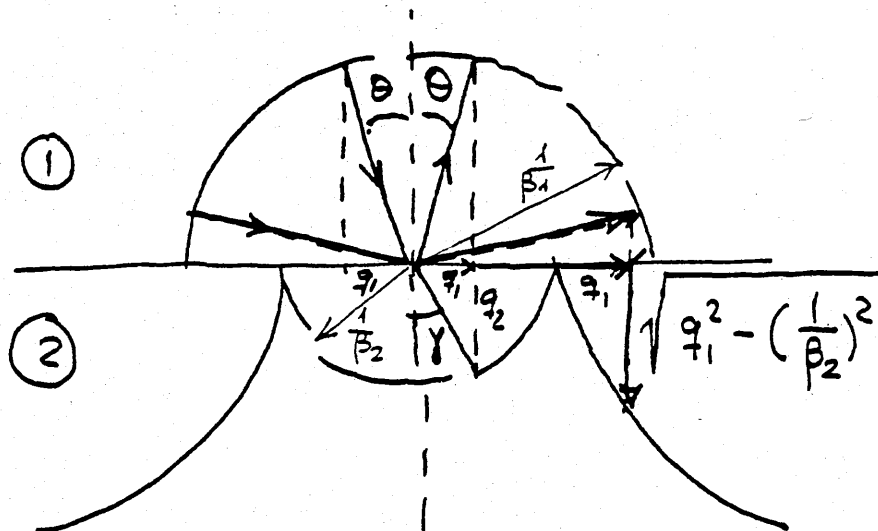


FIGURA 2.16

$$\frac{\beta_1}{\beta_2} = \frac{\text{sen}\theta}{\text{sen}\gamma} = \frac{k_2}{k_1} \quad (2.24)$$

y reproduce la continuidad de las velocidades a lo largo de la interfase

$$\frac{\beta_1}{\text{sen}\theta} = \frac{\beta_2}{\text{sen}\gamma} \quad (2.25)$$

Se obtiene fácilmente un ángulo crítico de incidencia cuando

$$\alpha_1 = \frac{1}{\beta_2} \quad (2.26)$$

En este caso

$$\begin{aligned} \gamma &= \frac{\pi}{2} \\ \text{sen } \theta_c &= \frac{\beta_1}{\beta_2} \end{aligned} \quad (2.27)$$

Por otro lado si $\theta > \theta_c$ se obtiene una componente imaginaria tal que conduce a una onda que se amortigua con la profundidad.

$$\begin{aligned} \operatorname{ctg} \beta &= i \sqrt{1 - \left(\frac{1}{\beta_2 \alpha_1} \right)^2} \\ \alpha_1 &= \frac{1}{\beta_1} \operatorname{sen} \theta \end{aligned} \quad (2.28)$$

Debe observarse que el rayo refractado se ciñe a la normal cuando la celeridad es mayor medio 1 que en el 2. Ello implica que una onda que progresa desde el fondo (donde G es mayor) hacia la superficie (donde G es menor) va haciéndose cada vez más vertical en la proporción

$$\operatorname{sen} \gamma = \left(\frac{\beta_1}{\beta_2} \right) \operatorname{sen} \theta; \quad \beta_2 > \beta_1 \quad (2.29)$$

Esta idea se utiliza en ocasiones para defender el cálculo de estructuras sometidas a ondas S que se propagan verticalmente desde el fondo a la superficie.

La figura (2.17) recoge el caso de una superficie libre donde se refleja una onda P incidente.

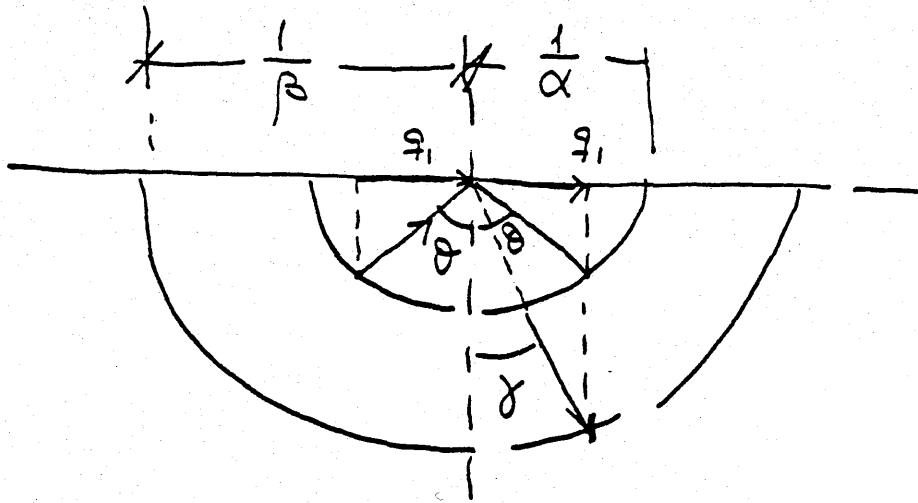


Figura 2.17

En este caso se obtiene una onda P reflejada en la que se cumple la igualdad de ángulos y una onda SV cuyo ángulo de mergencia es tal que

$$\frac{1}{\beta} \operatorname{sen} \gamma = \frac{1}{\alpha} \operatorname{sen} \theta \quad (2.30)$$

Existen numerosas aplicaciones de este tipo que pueden concretarse en las referencias (2.8) y (2.4).

2.2.3.

METODO DE THOMSON-HASKELL

Un problema que se presenta habitualmente es el estudio de un medio estratificado múltiple (figura 2.18) en que se propagan ondas transversales.

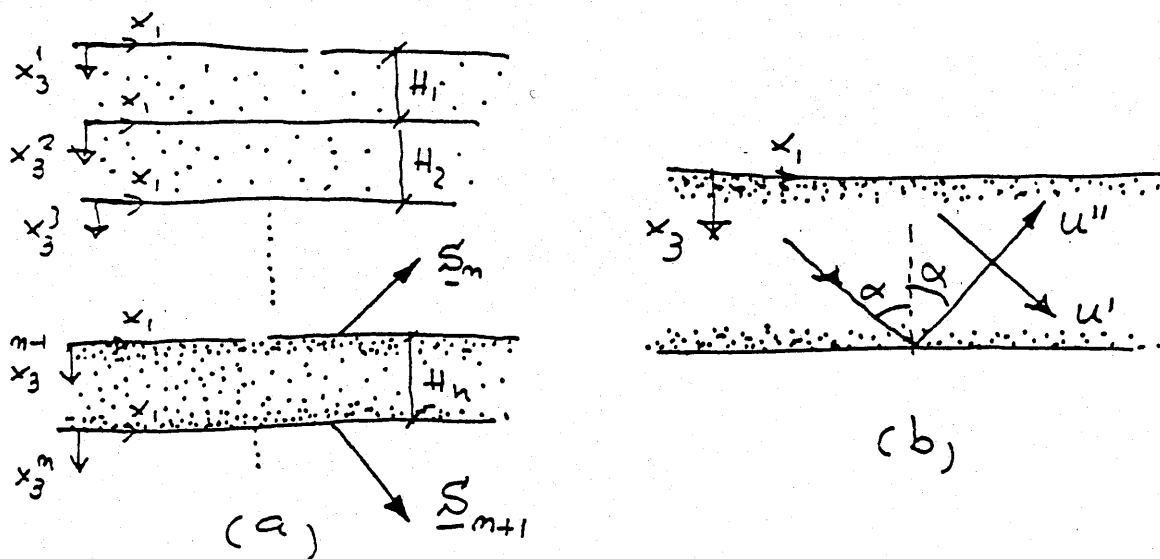


Figura 2.18

Thomson (1950) y Haskell (1953, 1960, 1962) aplicaron a este problema el método de las matrices de transferencia.

donde

$$S_n = k_n \cos \theta \quad (2.35)$$

Una relación continua entre capas permite poner el vector de estado a una cierta profundidad en función del vector en superficie.

$$\underline{S}_n = \underline{G}_n \underline{G}_{n-1} \cdot \cdot \cdot \underline{G}_2 \underline{G}_1 \underline{S}_1(0) = \underline{T} \underline{S}_1(0) \quad (2.36)$$

donde \underline{T} es la matriz de transferencia deseada.

2.2.4. APLICACIONES DIVERSAS

Los modelos anteriores han sido utilizados para interpretar los resultados de experiencias consistentes en registrar en un emplazamiento los desplazamientos o alteraciones provocados por un foco de perturbación. Los propios terremotos, perturbaciones naturales propagándose a lo largo del terreno, permiten estudiar la estructura interna de la tierra. Por otro lado, una perturbación generada artificialmente mediante un golpe o una explosión puede utilizarse para analizar la respuesta en una serie de puntos y con ello inducir la estructura local del terreno. Es el método de prospección sísmica.

La primera idea que se ocurre consiste en disponer los registros obtenidos en una serie de puntos a distancias x_1 , x_2 , etc. de la fuente e intentar identificar en ellos los trenes de ondas correspondientes a las fases P, S, R, etc.

La figura 2.19 recoge un ejemplo en el que, en un diagrama (t, x) de tiempos de llegada — distancias se identifican claramente rectas cuya pendiente es inversa a la de las velocidades de propagación de cada onda.

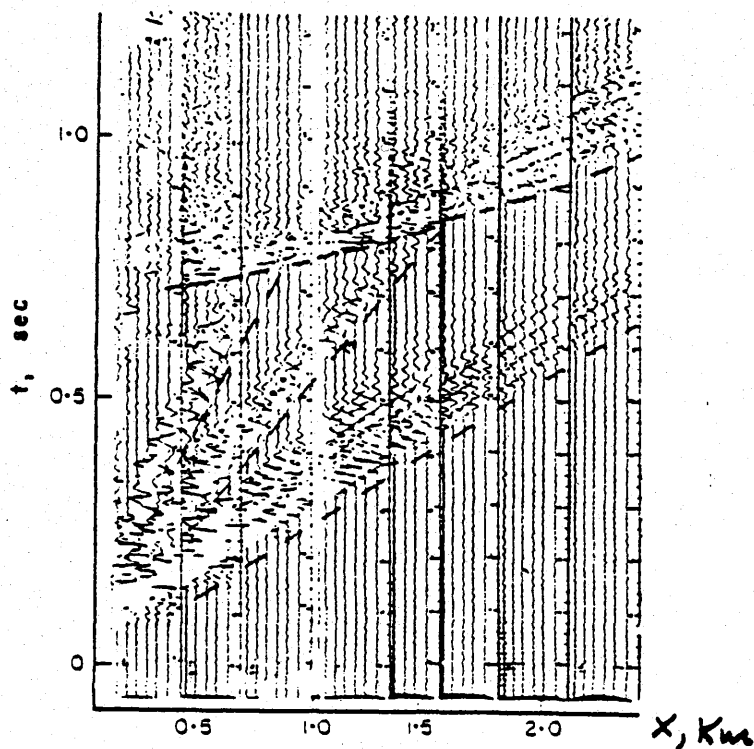


Figura 2.19

La reflexión en discontinuidades aporta otro procedimiento y lo mismo sucede con la refracción de ondas que llegan a la interfase con el ángulo crítico. La figura 2.20(a) recoge una trayectoria correspondiente al proceso de reflexión mientras que las 2.20(b) indica el camino en los procesos de onda refractada bajo ángulo crítico ("head wave" en inglés).

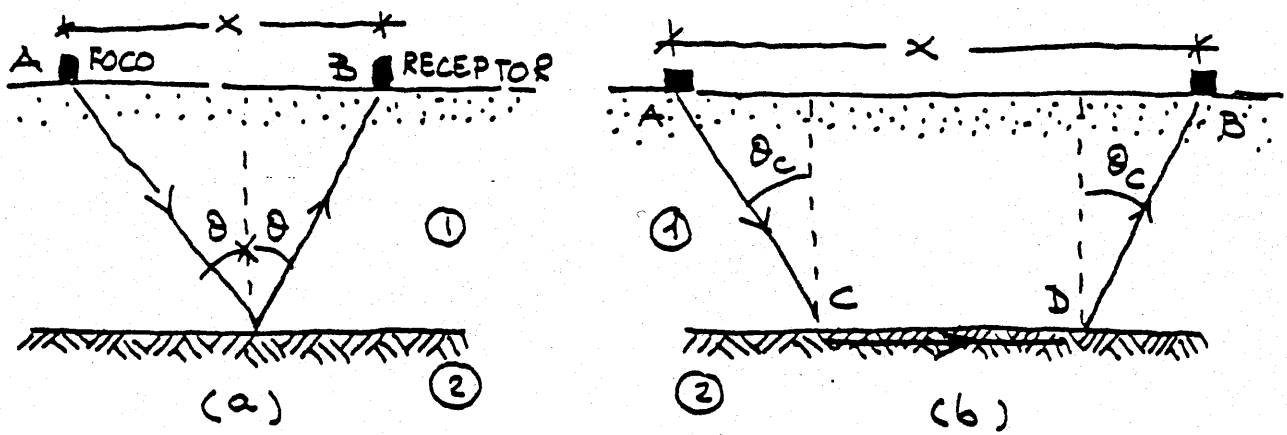


FIGURA 2.20

En el primer caso, la onda directa AB llega al receptor en un tiempo

$$t = \frac{x}{c_1} \quad (2.37)$$

mientras que la onda reflejada invierte

$$t = \frac{\sqrt{x^2 + 4H^2}}{c_1} \quad (2.38)$$

Según (2.27) el ángulo crítico es

$$\text{sen } \theta_c = \frac{c_1}{c_2} \quad (2.39)$$

y existe una onda que se propaga en el medio 2, a lo largo de la interfase, con velocidad superior a la onda directa. La perturbación es semejante a la provocada por la onda de choque en un fluido y el tiempo recorrido es

$$t = \frac{2H}{c_1 \cos \theta_c} + \frac{x - 2H \operatorname{tg} \theta_c}{c_2} \quad (2.40)$$

Teniendo en cuenta (2.39) se obtiene

$$\begin{aligned} t &= \frac{x}{c_2} + t_1 \\ t_1 &= \frac{2H}{c_1} \cos \theta_c \end{aligned} \quad (2.41)$$

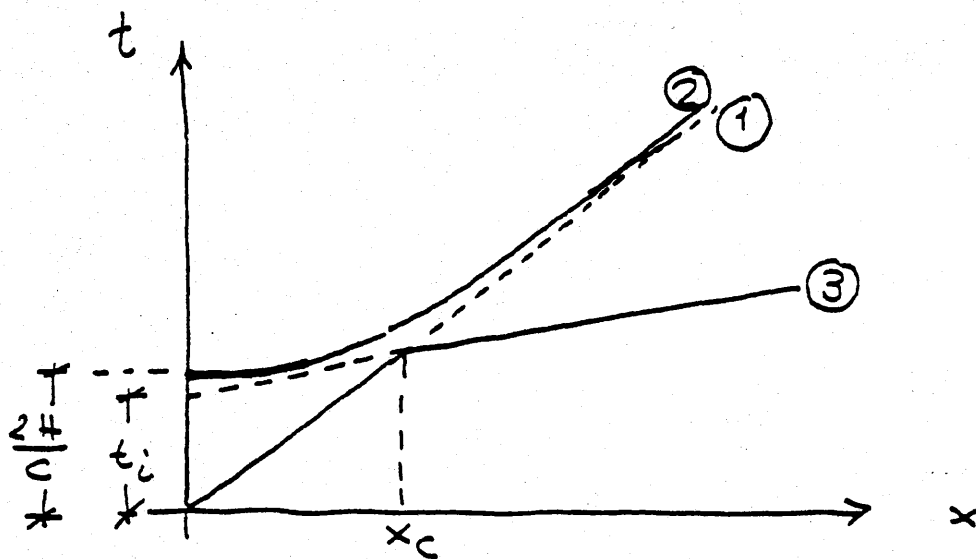


Figura 2.21

La figura 2.21 recoge las dromocrónicas (curvas x, t) correspondientes a la onda directa 1, la reflejada 2 y la refractada bajo ángulo crítico 3. Puede observarse que esta última llega a la vez que la onda directa si

$$\frac{x_c}{c_2} + \frac{2H}{c_1} \cos \theta_c = \frac{x_c}{c_1} \quad (2.42)$$

lo que conduce al resultado

$$x_c = 2H \sqrt{\frac{c_1 + c_2}{c_2 - c_1}} \quad (2.43)$$

El estudio de las dromocrónicas permite pues identificar las propiedades de los estratos en estudio.

Para grandes profundidades, vg.: explotación petrolífera, se utiliza el método de reflexión mientras que en ingeniería civil se prefiere el método de refracción basado en la llegada de la primera señal que es la más intensa. El caso de n capas puede desarrollarse sin mayor problema llegándose a la fórmula

$$H_{n-1} = \frac{t_n - t_{1,n} - t_{2,n} - \dots - t_{n-2,n}}{2 \cos \theta_{n-1,n}} c_{n-1} \quad (2.44)$$

donde:

H_i es el espesor de la capa i

C_i la celeridad de la capa i

t_i ordenada en el origen para la capa i

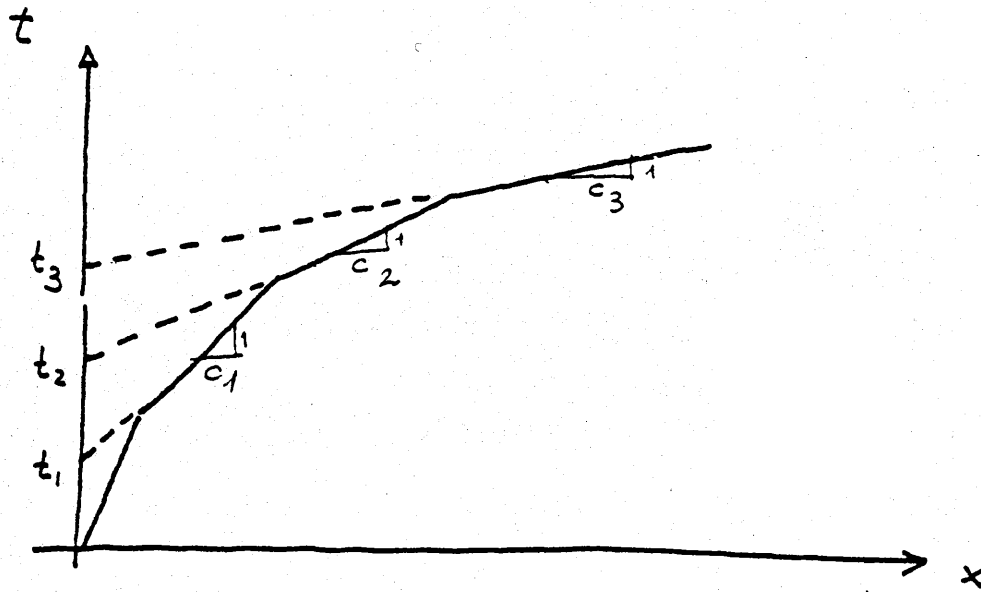


Figura 2.22

$$t_{ij} = \frac{2H_i}{C_i} \cos \theta_{ij} \quad i < j$$

$$\text{sen } \theta_{ij} = \frac{C_i}{C_j}$$

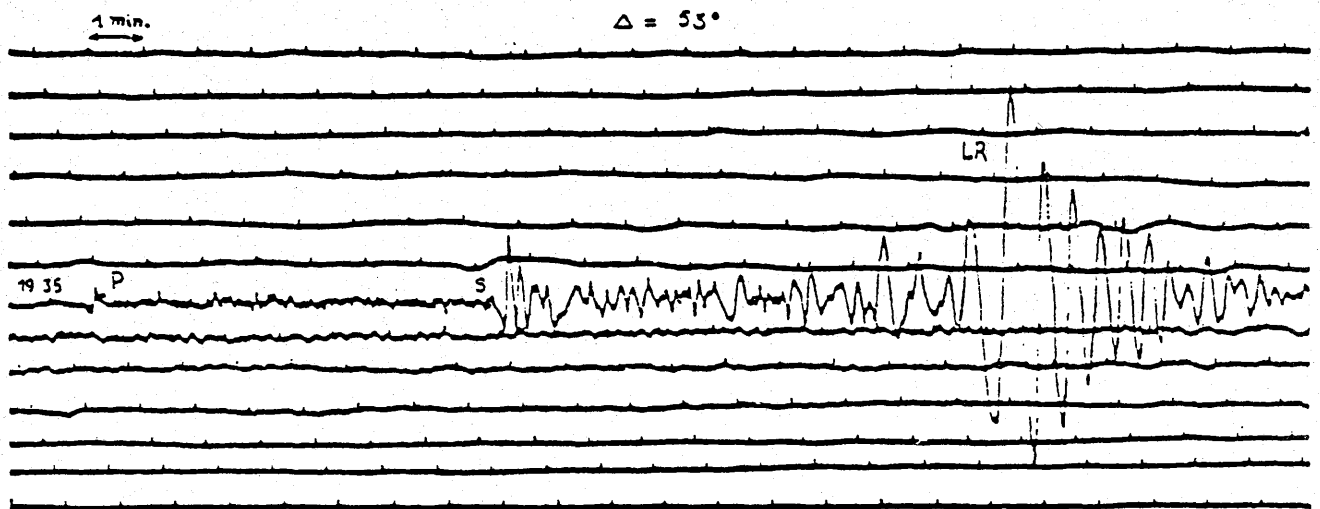
Véase por ejemplo el ejercicio 2.9.

Un desarrollo más completo de estos temas puede verse en las referencias 2.1, 2.2, 2.13 y 2.14.

Este proceso de identificación en el caso de la tierra ha permitido la construcción de dromocrónicas para diferentes tipos de ondas. Sabiendo la celeridad de la onda y la distancia epicentral (medida usualmente como el ángulo subtendido en el centro de la tierra) es posible calcular el tiempo de recorrido en una trayectoria curva correspondiente a celeridades que varían con la profundidad.

Las curvas actuales son el resultado de un esfuerzo que se remonta a Oldham (1900), Zöppritz (1907) y Gutenberg (1914). En 1935, tras 5 años de trabajo, Jeffreys y Bullen editaron sus famosas tablas que dan el tiempo T en función de la distancia epicentral en la banda $0^\circ \leq \Delta \leq 105^\circ$ para 14 profundidades locales y suponiendo un modelo de tierra esférica. Con la llegada de los ordenadores digitales se han introducido correcciones pero las tablas J.B. son todavía un ejemplo admirable de constancia e inteligencia.

Para ilustrar el uso de las tablas se considera el registro de la figura 2.23 tomado de la referencia 2.2.



Terremoto del 17 de Mayo de 1964, $H = 10^h: 26^m: 20.6^s$, e ícentro cerca de las Islas Azores $35.2^\circ N$ $35.9^\circ W$. Registrado en Quito-Buenos, sin-órdea del componente vertical de período largo.

FIGURA 2.23

Como puede verse las direcciones son

Fase P ~ 7,5 min

Fase S ~ 9 min

Observando una línea vertical que intersecte las dromocrónicas tipo (figura 2.24) con estos espaciamientos puede verse la asombrosa correspondencia con los tiempos registrados. En abscisas $\Delta \sim 53^\circ$ y en ordenadas se observa que la onda P llegó unos 9 minutos tras la producción del terremoto de modo que la hora estimada del suceso puede ser $19h\ 35min - 9min = 19h\ 26min$ que es semejante a las $19h\ 26min\ 20,6seg$ indicada en el registro. Teniendo diferentes registros en diferentes observatorios es posible ajustar de esta forma la posición de los focos, tal como se hace de forma habitual en diversos observatorios: Boulder (USA), Edimburgo (U.K.), Estrasburgo (Francia) etc. Un programa de ordenador fue publicado en la referencia 2.15.

2.3 SISMICIDAD

En este apartado se va a desarrollar un breve resumen relativo a las ideas de localización, tamaño y mecanismo de los terremotos. Un tratamiento más completo se encuentra en las referencias 2.1, 2.2 y 2.3.

La idea que los terremotos tienen zonas de *localización* preferente y no son fenómenos aleatorios arranca de la elaboración por von Hoff en 1840 del primer catálogo de sismos. Mallet (1860), Montessus de Ballore (1900), Milne (1900), etc. construyeron los primeros mapas sísmicos y Wadati (1930) propuso clasificar los terremotos según la profundidad del foco. Así se habla de terremotos *someros* (0-70 Km), *intermedios* (70-300 Km) o *profundos* (300 Km).

La mayoría de los terremotos profundos están concretados en el Pacífico (figura 2.3) y se relacionan con las zonas de subducción. En España es famoso el terremoto de Granada del 29 de Marzo de 1954 localizado a 650 Km de profundidad y sobre cuyo origen todavía se discute. Los terremotos someros, se encuentran en las dorsales oceánicas y en fallas de transformación, algunas tan famosas como la de San Andrés en California.

En España la Figura 2.24 (ref. 2.16) recoge la sismicidad del área Ibero - Magrebí, marca la alineación de la falla Azores - Gibraltar, así como la línea Málaga - Alicante y la zona pirenaica. La mayoría de los terremotos son someros aunque existe la zona ya citada de terremotos profundos y se piensa que existe un grupo intermedio a unos 100 Km. de profundidad.

Para estimar el *tamaño* de los terremotos existen fundamentalmente dos procedimientos: el establecimiento de la gravedad de sus efectos de acuerdo con una escala convencional, lo que conduce a la idea de *intensidad*, o a la cuantificación de su importancia según el acelerograma, lo que conduce a la idea

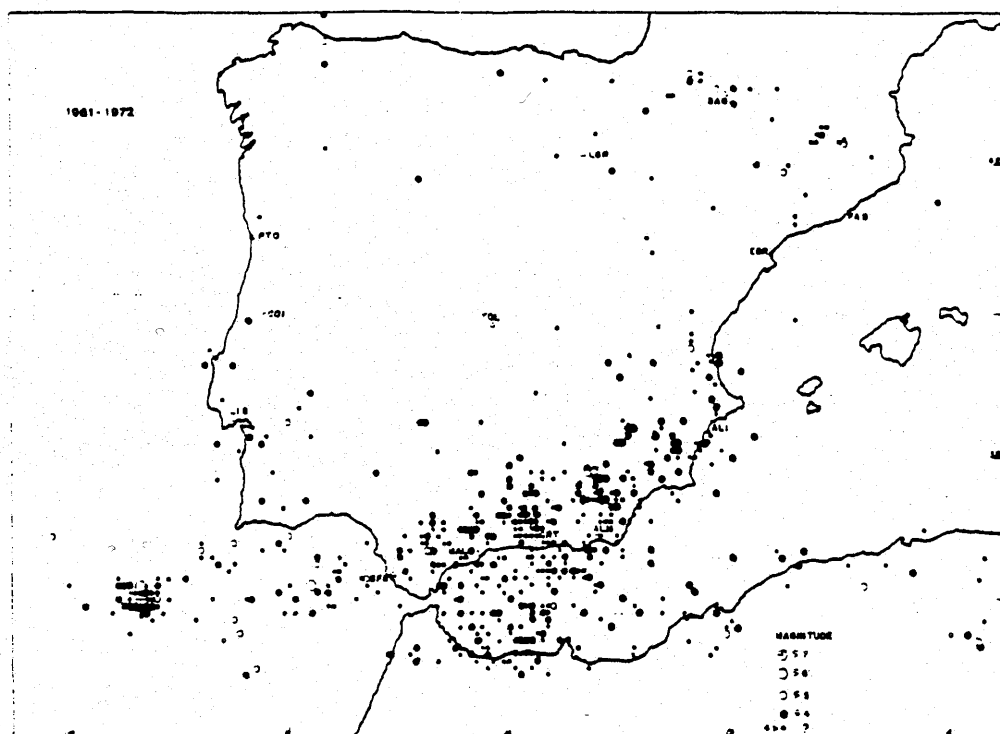


Figura 2.24

de *magnitud*. Existe igualmente la posibilidad de establecer un modelo para el *mecanismo* en el foco y con ello una escala más objetiva.

Parece que el primero en analizar un terremoto estableciendo líneas de igual daño, o *isosistas*, fue Mallet (1857).

La idea fue desarrollada por Rossi (1874), Forel (1878), Mercalli (1883), Sieberg (1917), Wood & Neuman (1931) y Richter (1956). En general para fijar el grado de intensidad se estudian las reacciones humanas, los efectos en las estructuras y los efectos en el terreno. Debido a la subjetividad inherente en las definiciones se producen diferencias de hasta un grado incluso en observadores experimentados. Los resultados se representan mediante las isosistas como las

indicadas en la figura 2.24 para el terremoto de San Fernando de 1971, donde se observa cómo se marca el epicentro y el típico alargamiento según la falla de San Andrés. La figura 2.26 recoge las isosistas del terremoto de Torrevieja (21-03-1829), tal como se encuentra en la referencia 2.17 donde se coleccionan los mapas

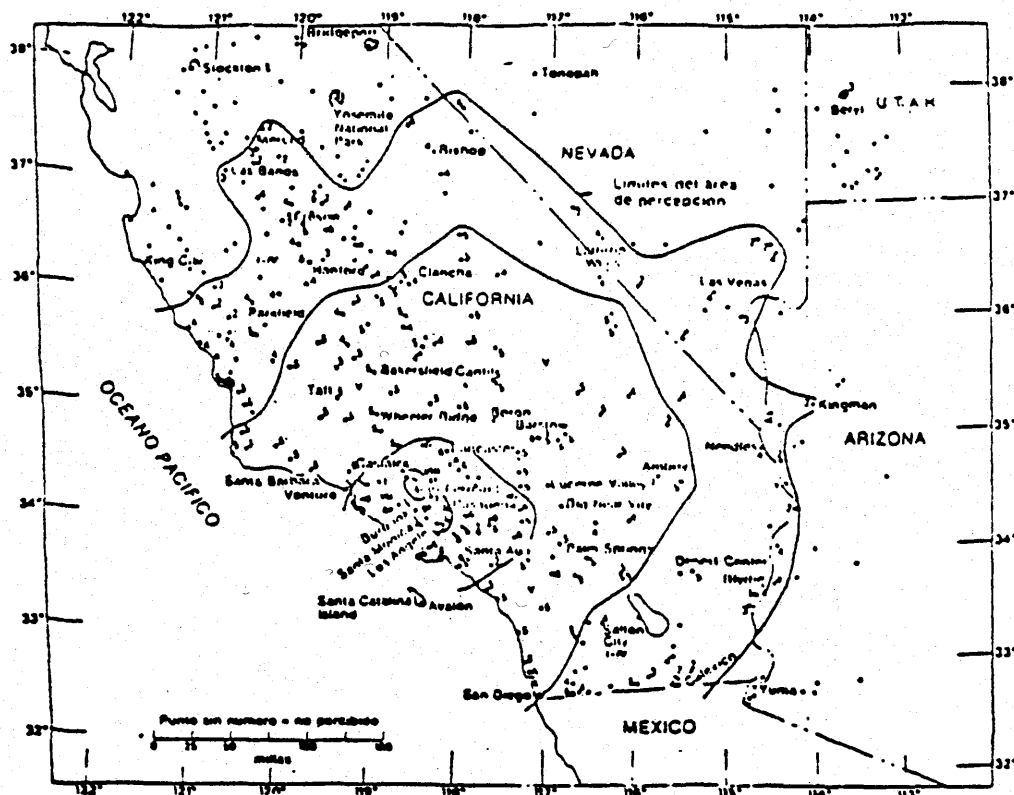


Figura 2.25

de isosistas que han servido para los estudios de peligrosidad sísmica en España (ver capítulo 3). A pesar de sus limitaciones las intensidades continúan utilizándose debido a la enorme cantidad de datos históricos. Además existe una tendencia a cuantificar, tal como se observa en la escala MSK (Medvedev, Sponheur y Karnik 1964) adoptada por la Norma Española y a considerar la

intensidad como una medida estadística definida para zonas y para conjuntos de elementos (estructuras, terraplenes, etc.) lo que se hace apropiado para zonificaciones y riesgo (ver capítulo 3).

Se ha intentado igualmente relacionar la aceleración del suelo con la intensidad. Una relación clásica es

$$I = 3 \lg_{10} a - 1,5 \quad (2.45)$$

donde

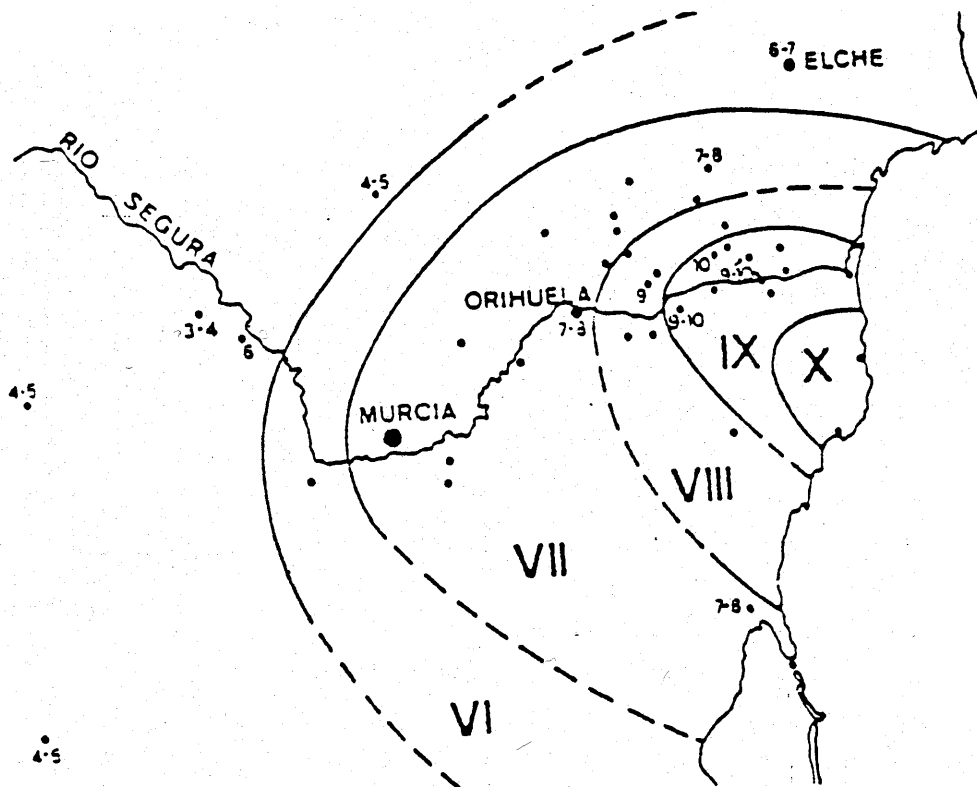


Figura 2.26

a aceleración máxima (cm/seg²)

I intensidad Mercalli Modificada (MM)

La figura 2.27a muestra sin embargo la enorme dispersión de los resultados y la 2.27b algunas reglas típicas que se han utilizado. La norma sísmica española prefiere establecer una relación entre una aceleración convencional y la intensidad (ver capítulo 3) relacionada con una cierta probabilidad de superación.

Para eliminar la subjetividad y relacionar la *magnitud* con una media instrumental Richter propuso en 1935 establecer una escala basada en la amplitud de ondas.

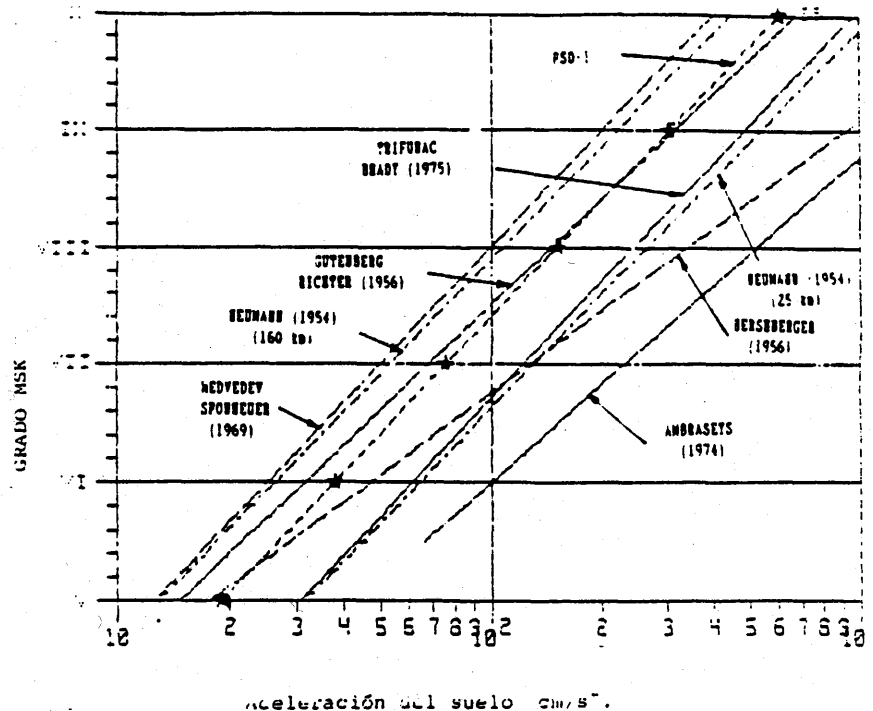
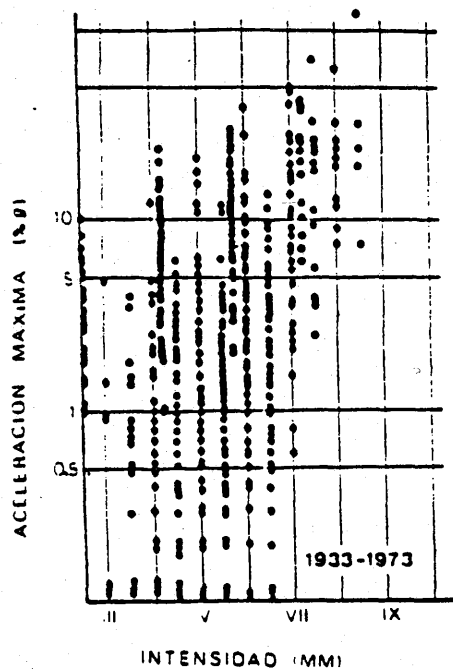


Figura 2.27

La magnitud de Richter se define como el logaritmo de la máxima amplitud registrada por un sismógrafo de torsión de tipo Wood-Andersen, con un período de 0,8 segundos, amplificación máxima 2800 e índice de amortiguamiento del 80 % para distancias epicentrales del orden de 100 Km.

La medida se hizo rápidamente popular y se realizaron varios intentos para eliminar la dependencia del aparato, la distancia y la profundidad focal. Actualmente se manejan dos conceptos, la magnitud de ondas superficiales M y la magnitud de ondas de volumen m , con expresiones

$$\begin{aligned}
 M &= \lg_{10} \frac{A_s}{T_s} + 1,66 \lg_{10} \Delta + 3,3 \\
 m &= \lg_{10} \frac{A_p}{T_p} + 0,01 \lg_{10} \Delta + 5,9
 \end{aligned}
 \tag{2.46}$$

donde

A_s es la componente horizontal de la onda de Rayleigh en micras.

T_s período en segundos (~ 20 seg)

Δ distancia en grados al epicentro

A_p amplitud de la onda P en micras

T_p período en segundos (~ 10 seg)

Desde la propuesta de Richter se ha tratado de relacionar la energía liberada con la magnitud.

Una propuesta de Bath (ref. 2.19) es

$$\lg_{10} E = 12.24 + 1.44M = 4.78 + 2.57m \quad (2.47)$$

E en ergios

Se han elaborado correlaciones entre intensidad y magnitud que deben ser tomadas con todas las precauciones imaginables.

Por ejemplo

$$M = 0,67I + 1,7 \lg_{10} h - 1,4 \quad (2.48)$$

donde h es la profundidad focal en kilómetros.

Para valores del orden de 20 Km.

$$M = 1 + \frac{2}{3} I \quad (2.49)$$

Una interesante figura es la 2.28 que relaciona los resultados de diversos terremotos históricos. Como puede verse parece existir un límite superior que, en realidad, es debido a una saturación de la escala. El efecto está relacionado con el mecanismo en el foco.

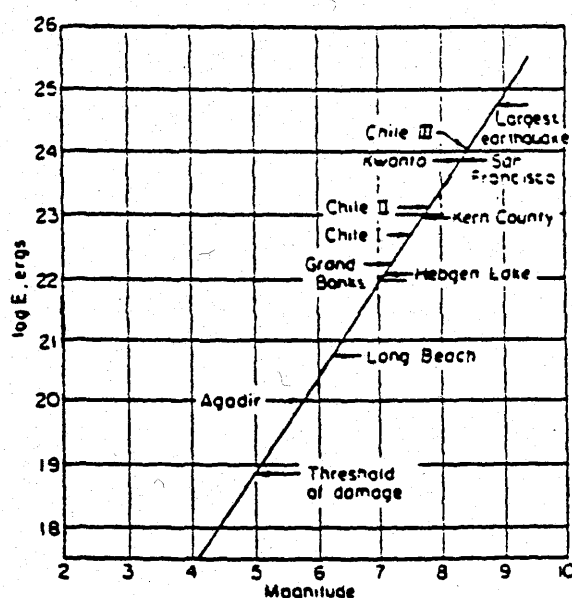


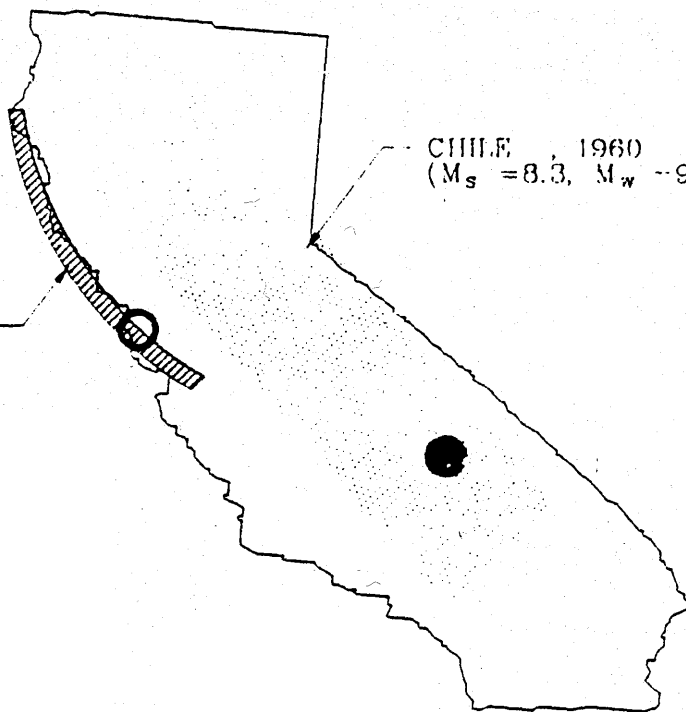
Figura 2.28

Como ya se ha dicho existe un acuerdo generalizado sobre el origen tectónico de los terremotos: la energía se almacena en zonas de fractura hasta que se libera mediante deslizamientos súbitos. La teoría de Reid, o del rebote elástico, relaciona el sismo con estos desplazamientos súbitos a lo largo de fallas.

H.F. Reid, ingeniero en la universidad John Hopkins, preparó la parte II del Report of the State Earthquake Investigation Commission tras el terremoto de San Francisco de 1906. Por fortuna, antes de producirse el sismo, se habían llevado a cabo dos triangulaciones de precisión que cubrían el área de la Falla de San Andrés. Una tercera medición realizada a través del evento mostró

SAN FRANCISCO, 1906
($M_s = 8.3$, $M_w = 7.9$)

CHILE, 1960
($M_s = 8.3$, $M_w = 9.5$)



claramente la existencia de importantes desplazamientos (de hasta 6,5 m) paralelos a la Falla. La explicación de Reid (figura 2.29) consiste en imaginar una falla AB en la que la parte izquierda se mueve en sentido ante horario respecto a la derecha (fig. 2.29 a). El proceso de deformación lenta implica una situación como la de la figura 2.29b donde se ha añadido una línea CD que representa, por ejemplo, una carretera. Tras el desplazamiento provocado por la liberación de energía, las líneas 1 y 5 rebotan elásticamente y quedan definitivamente cortadas mientras que "la carretera" CD sufre una distorsión final.

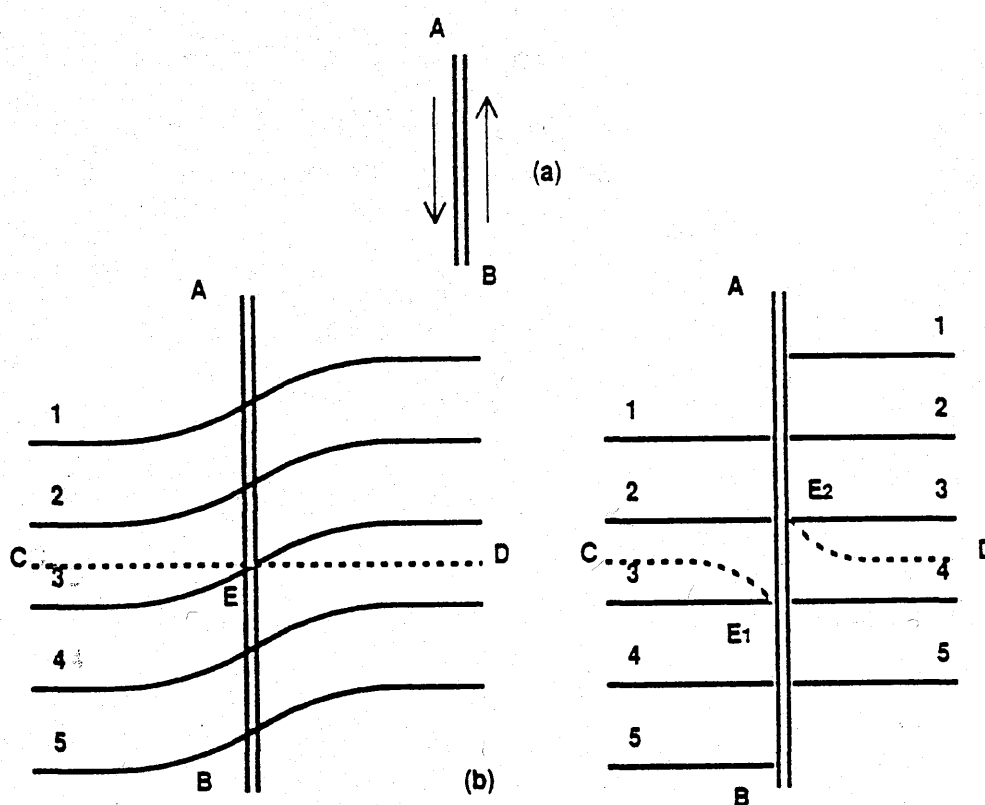


Figura 2.29

La teoría de Reid completada con las ideas de barreras y asperezas de la superficie de fallo (ref. 2.3) explica los precursores y réplicas como etapas sucesivas del rebote hasta el estado final y permite interpretar la limitación

superior de la escala de magnitudes. La figura 2.28 muestra que tanto el terremoto de San Francisco de 1906 como Chile III (1960) tienen una magnitud de 8.3. Sin embargo el área rota en el primero era de unas dimensiones aproximadas de 15 x 400 km. mientras que la longitud en Chile era prácticamente el doble y la anchura aproximadamente de 100 km. Es decir, Chile fue un terremoto mucho más grande. El problema se encuentra en que la energía se libera en todas las bandas de frecuencia y al fijarse en un solo período la magnitud subestima la contribución de las fallas con grandes dimensiones.

Así el período de 20 seg. con velocidades de 3 km/seg da longitudes de onda de 60 km lo que filtra contribuciones de longitudes superiores. Para evitarlo se ha establecido la magnitud M_w basada en el momento sísmico M_0

$$M_w = \frac{\lg_{10} M_0}{1,5} - 10,7 \quad (2.50)$$

donde M_0 es el momento sísmica en dinas-cm.

La tabla 2.2 incluye las magnitudes de algunos grandes terremotos.

Una idea intuitiva de la relación entre el momento sísmico y el tamaño de la falla (fig. 2.30) se obtiene imaginando un desplazamiento de un borde respecto al otro. El desplazamiento medio es

$$\gamma = \frac{d}{t} \quad (2.51)$$

Magnitudes de algunos grandes terremotos

Fecha	Región	M_s	M_w
Julio 9, 1905	Mongolia	8 1/4	8.4
Enero 31, 1906	Ecuador	8.6	8.8
Abril 18, 1906	San Francisco	8 1/4	7.9
Enero 3, 1911	Turkestán	8.4	7.7
Diciembre 16, 1920	Kansu, China	8.5	7.8
Septiembre 1, 1923	Kanto, Japan	8.2	7.9
Marzo 2, 1933	Sanriku	8.5	8.4
Mayo 24, 1940	Perú	8.0	8.2
Abril 6, 1943	Chile	7.9	8.2
Agosto 15, 1950	Assam	8.6	8.6
Noviembre 4, 1952	Kamchatka	8	9.0
Marzo 9, 1957	Aleutianas	8	9.1
Noviembre 6, 1958	Kuriles	8.7	8.3
Mayo 22, 1960	Chile	8.3	9.5
Marzo 28, 1964	Alaska	8.4	9.2
Octubre 17, 1966	Perú	7.5	8.1
Agosto 11, 1969	Islas Kuriles	7.8	8.2
Octubre 3, 1974	Perú	7.6	8.1
Julio 27, 1976	China	8.0	7.5
Agosto 16, 1976	Mindanao	8.2	8.1
Marzo 3, 1985	Chile	7.8	7.5
Septiembre 19, 1985	México	8.1	8.0

Tabla 2.2

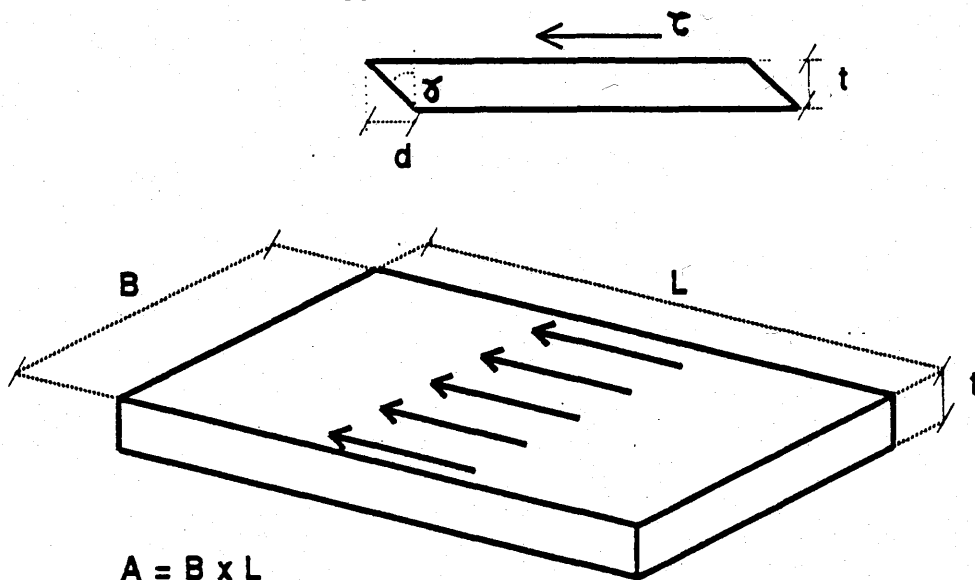


Figura 2.30

y en un medio elástico el valor medio de la tensión tangencial

$$r = G\gamma = \frac{Gd}{t} \quad (2.52)$$

El momento en la cara inferior es

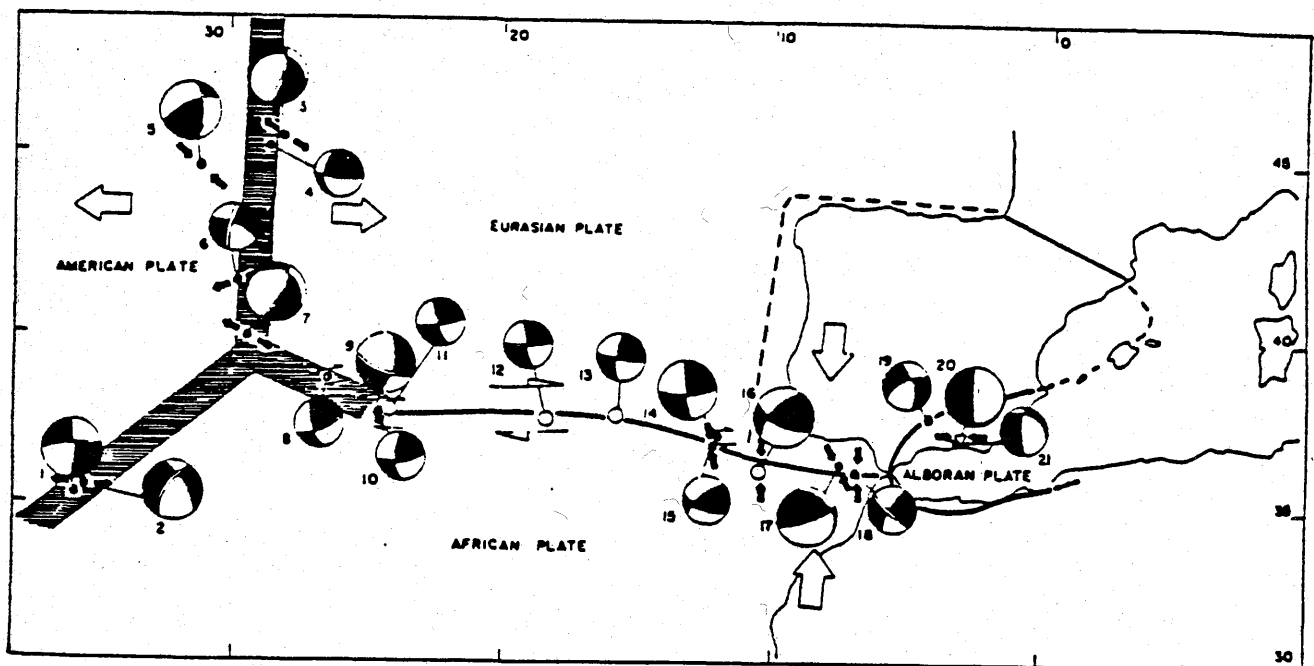
$$H_o = rLBt = rtA \quad (2.53)$$

pero en virtud de (2.52)

$$H_o = AdG \quad (2.54)$$

que muestra la dependencia en el área rota A, el desplazamiento relativo d y el módulo de rigidez del material G.

La determinación de la orientación de la falla se suele hacer estudiando el sentido de los primeros impulsos de la onda P (ref. 2.20) y proyectándolos en una esfera localizada alrededor del epicentro tras deshacer el camino.



Soluciones del mecanismo focal y esquema tectónico de la región Azores-Alborán.

Figura 2.31

La figura 2.31 (ref. 2.1) recoge algunos mecanismos en la zona de contacto de las placas africana y europea.

El valor del momento sísmico se obtiene a partir del espectral de Fourier de amplitudes que presenta (figura 2.32) una zona plana en bajas frecuencias.

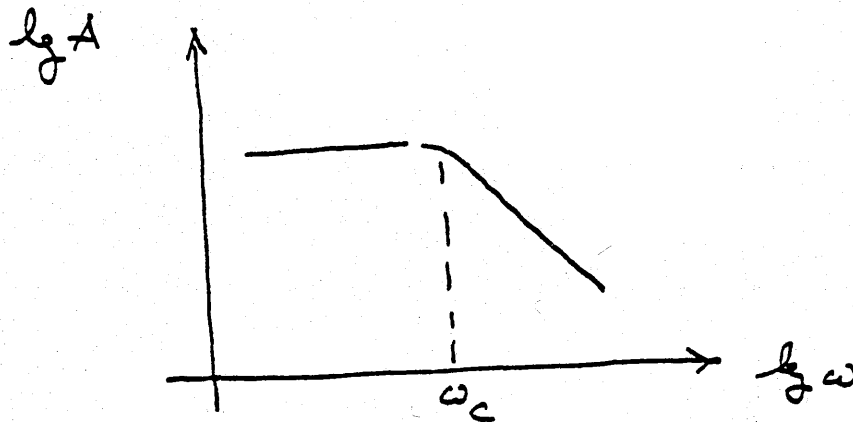


Figura 2.32

hasta un valor ω_c llamado frecuencia de esquina.

La zona plana es proporcional al momento M_0 y la frecuencia de esquina está relacionada con el tamaño de la falla

$$\sqrt{LB} = 3,83 \frac{\beta}{\omega_c} \quad (2.55)$$

o bien según Madariaga

$$L = 2,3 \frac{\beta}{\omega_c} \quad (2.56)$$

Un planteamiento riguroso puede verse en las referencias 2.1 y 2.3.

2.4 ONDAS ORIGINADAS POR EXPLOSIONES

Uno de los impulsos más importantes recibidos por la sismología cuantitativa en los últimos 20 años ha sido originado por la industria bélica nuclear. La respuesta del globo terrestre ante sollicitaciones dinámicas se puede aprovechar como método directo de espionaje muy adecuado para pruebas subterráneas (especialmente tras el acuerdo LTBT (Limited Test Ban Treaty) de 1963 que prohibía las pruebas en la atmósfera, el espacio exterior o el mar). A continuación se realizan breves consideraciones sobre los tres aspectos de detección, localización e identificación. Un planteamiento mucho más completo se puede ver en las referencias (2.23 y 2.24).

La *localización* está basada en la técnica de curvas tiempo-distancia según se dijo para los terremotos naturales. Con 3 ó 5 registros en observatorios distintos se llega a localizaciones muy precisas del epicentro (errores inferiores a 5 Km) aunque el hipocentro tiene un margen de error mayor. Los métodos actuales usan una idea basada en el tratamiento conjunto de grupos de terremotos ocurridos en la misma región (ref. 2.15) con lo que se aprovecha toda la experiencia previa y se establecen valores del sesgo introducido por las condiciones geológicas locales. Esta técnica desarrollada al amparo del proyecto VELA se ve complementada por los estudios en enjambres (arrays) de registradores tipo LASA (Large Aperture Seismic Arrays) que funcionando como antenas permiten reforzar señales, establecer variaciones con la distancia, calcular velocidades etc.

Existen diferentes procedimientos para la identificación de terremotos. A continuación se incluyen algunos de ellos (ref. 2.23).

A. IDENTIFICACION POSITIVA DE TERREMOTOS NATURALES

- 1.- Profundidad focal superior a 20 km (método pP-P, método de las ondas superficiales o método PKP)

- 2.- Comparación de la magnitud superficial M_s con la volumétrica m_b (con excepciones).
- 3.- Localización del suceso en centros poblados.

B. IDENTIFICACION POSITIVA DE EXPLOSIONES NUCLEARES (con excepciones)

- 1.- Comparación de la magnitud superficial M_s y la volumétrica m_b .
- 2.- Espectro de ondas P y Raleigh del tipo explosivo (especulación 1974).

C. IDENTIFICACION NEGATIVA DE TERREMOTOS "NUCLEARES" (no naturales)

- 1.- El primer movimiento de la onda P muestra compresiones en muchas estaciones de medida (falta de tracciones en la llegada de P).
- 2.- Sólo se puede determinar m_b (ondas superficiales demasiado débiles para su detección).
- 3.- Tren de ondas P poco complejo.

Fundamentalmente se trata de ideas para discriminar las propiedades habituales de los terremotos naturales. En primer lugar como es sabido, los terremotos están localizados en zonas relacionadas con la tectónica global. La figura 2.3 recoge las zonas sísmicas (ref. 2.1) en el mundo, detectadas gracias a la red sismográfica global WWSSN (World-Wide Standardized Seismograph

Network) establecida en el proyecto VELA (con un importe de 10 millones de dólares de 1967). Un terremoto ocurrido en estas zonas puede en principio clasificarse como natural, aunque algunos emplazamientos Nevada Test Site (NTS) están en zona relativamente sísmica. Ello puede utilizarse en labores de camuflaje esperando la ocurrencia de un sismo para achacar una explosión nuclear posterior a un réplica. El mismo procedimiento podría utilizarse en zonas de explosiones industriales habituales.

Además la profundidad superior a 15 km indica claramente un episodio natural.

Otro procedimiento defendido en la Conferencia de Expertos de Ginebra de 1958 se relaciona con el mecanismo en el foco. Como es sabido la rotura por tensión tangencial de los terremotos origina dilataciones y compresiones que permiten entre otras cosas la orientación de la falla origen.

Así la figura 2.31 (ref. 2.22) recoge la polaridad de la falla Azores-Gibraltar. Por contra una explosión debería ocasionar solamente compresiones. La idea está hoy algo desacreditada debido a la dificultad de registrar con precisión valores bajos de la onda P incidente.

Nuevamente los métodos numéricos son de interés en los procesos de simulación y precisamente un estudio teórico de Albert Latter (ref. 2.25) puso de manifiesto la posibilidad de camuflar una explosión mediante su detonación en una cavidad tal que la tensión no superase el límite elástico del material, ajustando la presión a los valores existentes a una cierta profundidad.

La figura 2.33 recoge la relación entre potencia, diámetro y profundidad de la cavidad. Como puede verse el método es impracticable a partir de una cierta potencia. Así para 50 kt a 1,2 Km. el diámetro de la cavidad debería ser del orden de la altura de la gran pirámide de Keops. Ello implica que una vigilancia indirecta (actividad de perforación, manejo de grandes cantidades de

terreno excavado, etc.) permitiría controlar este tipo de camuflaje. Se estima por ello que el límite está en los 10 kt en minas de sal.

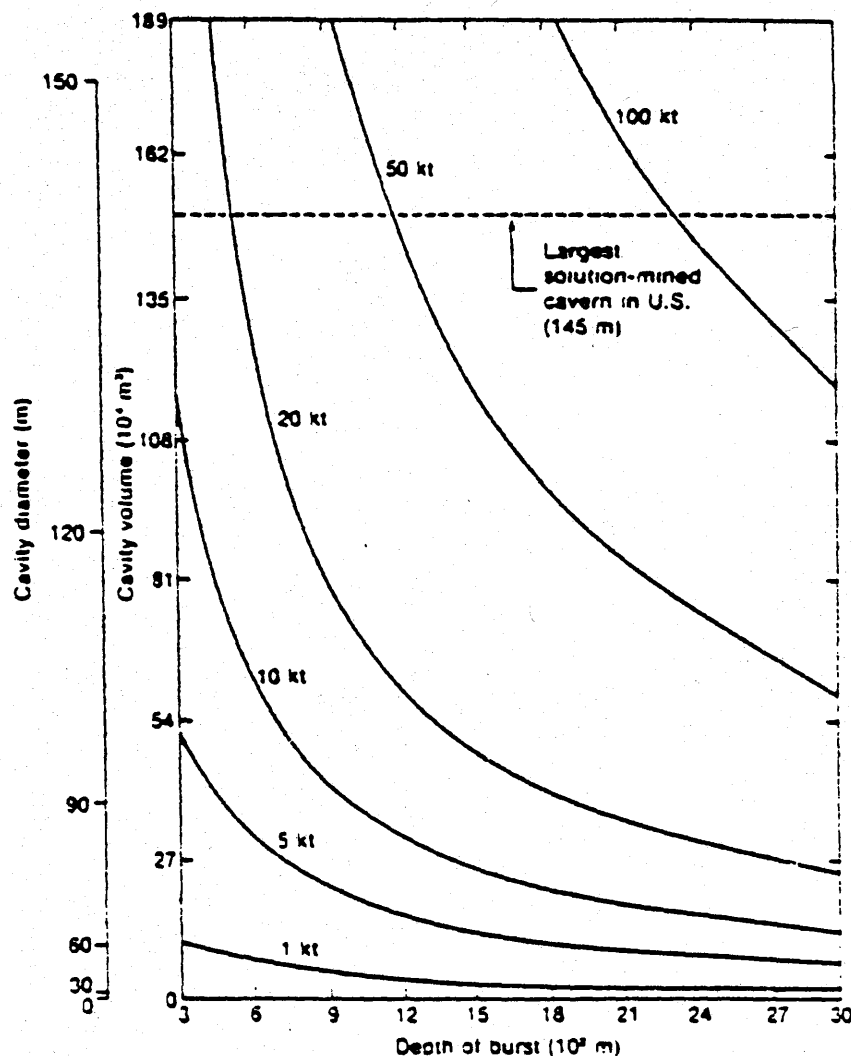


Figura 2.33

Otro tipo de identificación señalado más arriba es la comparación entre las magnitudes superficiales y la volumétrica.

La figura 2.34 recoge la correlación entre ambas para explosiones y terremotos provocados por la diferente velocidad del fenómeno, del orden de segundos en terremotos y del orden de microsegundos en explosiones. Sin

embargo, el método presenta dificultades para valores m_b inferiores a 4,5. La diferencia de contenidos de frecuencia de las ondas P es otro procedimiento prometedor aunque la figura 2.35 demuestre que en las condiciones del NTS la prueba no es concluyente. Los terremotos naturales tienen un contenido de bajas frecuencias superior al de las explosiones.

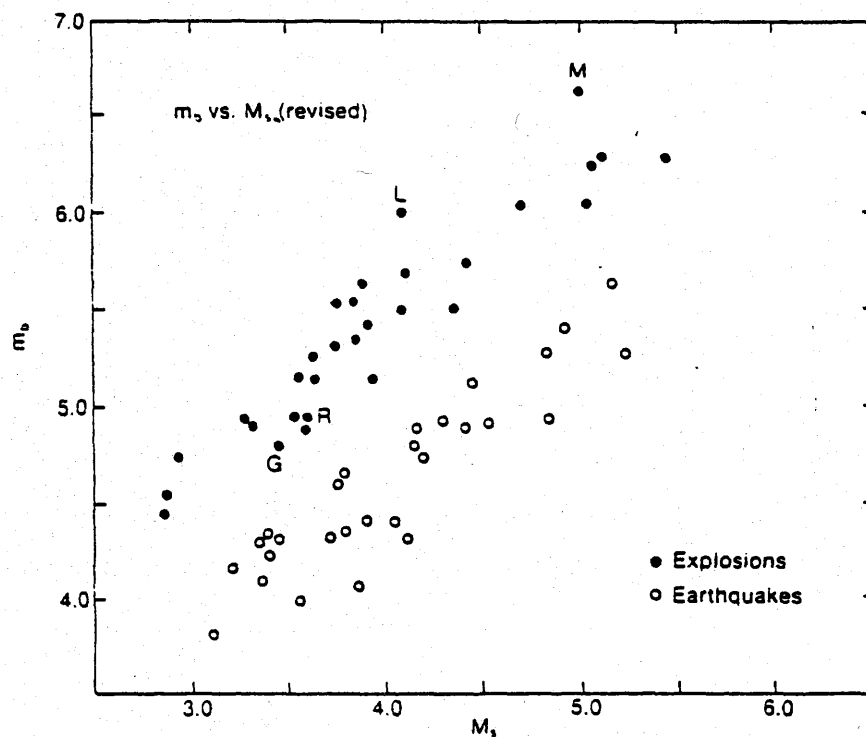


Figura 2.34

La discriminación entre explosiones nucleares y las de tipo químico es todavía más difícil. Estas últimas tienen en general valores inferiores a 0,1 kt y se suelen provocar con microrretardos por lo que es posible buscar periodicidades en los espectros. Sin embargo, este efecto puede conseguirse también con una serie de explosiones nucleares.

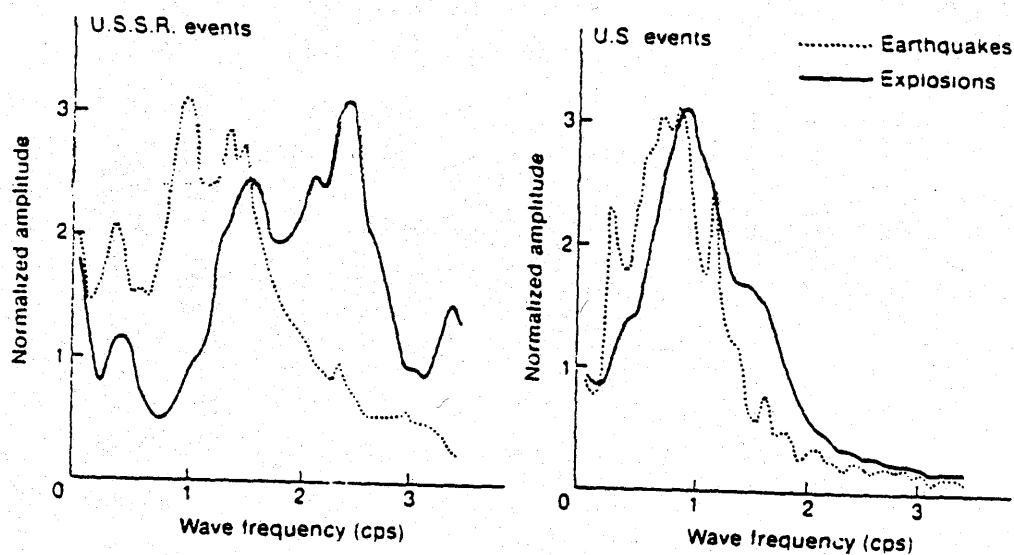


Figura 2.35

Respecto a las experiencias recientes en acuerdos de control mutuo es interesante observar que en los últimos años se asiste a un constante progreso en el intercambio de información relativa a datos de atenuación y características sísmicas de los emplazamientos entre USA y URSS.

En 1984 se produjo el Level I Data Exchange que se esperaba continuase en 1990 a un Level II más detallado. Más interesante todavía, en 1986 la Academia de Ciencias de la URSS llegó a un acuerdo con un grupo ecologista USA, el NRDC (Natural Resources Defense Council), que permitió el establecimiento de 3 estaciones a 100-150 Km de un emplazamiento ruso en Kazakstan, y la realización de detonaciones de calibración del ruido de fondo y las curvas de atenuación.

También en 1987 se permitió a varios equipos de las Universidades de Leeds, Laicester y Glasgow el establecimiento de las montañas de Pamir, en un lugar de suelos blandos y terremotos abundantes propio para labores de camuflaje, que registraron las explosiones correspondientes al acuerdo de 1988 llamado JVE (Joint Verification Experiment) en que científicos USA (140

personas) trabajaron alrededor de Semipalatinsk y personal URSS estudió las proximidades del NTS. Todo ello con vistas a un tratado que permita verificar explosiones de menos de 10 Kt.

La tabla 2.3 (ref. 2.24) recoge las diferentes "medidas de confianza" que se están manejando en estos tratados. Como se vé la perspectiva es enormemente prometedora.

En vista de todo lo anterior cabe indicar que la identificación de sucesos con valores altos y medios es relativamente sencilla.

Al bajar el umbral las dificultades aumentan pues existen más terremotos (tabla 2.4); explosiones industriales, más posibilidades de camuflaje y más factores que influencias la señal.

Tabla 2.4

MAGNITUD	POTENCIA (Kt)	Nº DE SUCESOS AL AÑO
3	0,5	60.000
3,5	0,5	20.000
4	1	7.500
4,5	5	2.700

Puede decirse que hasta 5 Kt la detección sísmica tiene un alto grado de fiabilidad y que para valores inferiores solo cabe establecer la calidad "dudosa" de los sucesos que requerirían una exploración "in situ" complementaria.

VERIFICATION / EVASION PROBLEM		CO-OPERATIVE MEASURES AVAILABLE	PRECEDENT / KINDRED MEASURE
L Y T T B T O r C T B T	Detection / identification:	<ul style="list-style-type: none"> - In-country stations - Challenge OSIs - Calibration shots 	<ul style="list-style-type: none"> ← Agreed in principle ← Agreed in principle ← Agreement implicit (as a result of JVE)
	Cavern preparation:	<ul style="list-style-type: none"> - Registry of caverns in salt, salt extraction programs, and hard-rock mines. - Registry of past PNEs - Collaborative mapping: <ul style="list-style-type: none"> ...remote sensing ...seismic reflection profiling ...gravity profiling - Challenge OSIs (undeclared) - Collaborative decoupling experiments 	<ul style="list-style-type: none"> - INF / START / CSRT MoUs - JVE, Apollo-Soyuz etc - START - JVE, Apollo-Soyuz etc
	Installation of nuclear test equipment, and conduct of nuclear testing program:	<ul style="list-style-type: none"> - Non-concealment of operations at cavern sites - Challenge OSIs (undeclared) 	<ul style="list-style-type: none"> - SS-25 deployment displays, flight-test telemetry ban - START
	Cavern instability or stemming after test:	<ul style="list-style-type: none"> - Tamper-proof in-country radiation monitors - Challenge OSIs (undeclared) 	<ul style="list-style-type: none"> - IAEA; START & CSRT? (tags) - START
	Industrial HE shots:	<ul style="list-style-type: none"> - Routine declaration - Mandatory OSI > x mb - Ripple fire > x mb - Challenge OSI for < x mb 	<ul style="list-style-type: none"> - INF / START / CSRT MoU - START OSIs of undeclared sites
L Y T	Yield estimation:	<ul style="list-style-type: none"> - Limitation to single site - Calibration shots - On-site inspections 	<ul style="list-style-type: none"> ← Agreement implicit ← Agreed in principle ← Agreed in principle
C T B T	Maintaining infrastructure for nuclear testing:	<ul style="list-style-type: none"> - Dismantling specialised equipment - Declaration of manufacturing plants - Portal inspection of plants - Declaration of key personnel - Verifiable relocation of key personnel 	<ul style="list-style-type: none"> - cf INF zero option - INF MoU - Volkinsk, Magna - currently utopian - currently utopian

Tabla 2.3 (ref. 2.26)

2.6 REFERENCIAS

- 2.1 *A. Udias, J. Mezcua: Fundamentos de Geofísica. Alhambra 1986.*
- 2.2 *A. Udias: Introducción a la sismología y estructura interna de la tierra. IG y C. 1971.*
- 2.3 *A. Udias, D. Muñoz, E. Buforn: Mecanismo de los terremotos y tectónica. Univ. Complutense 1985.*
- 2.4 *J.D. Achenbach: Wave propagation in elastic solids. North Holland 1973.*
- 2.5 *D.D. Barkan: Dynamics of bases and foundations. Mc. Graw 1962.*
- 2.6 *R.V. Whitman: Soil Dynamics. Class notes MIT 1978.*
- 2.7 *J.A. Hudson: The excitation and propagation of elastic waves. Cambridge U.P. 1980.*
- 2.8 *S.H. Crandall: On the use of slowness diagrams to represent wave reflections. Jour Acos. Soc. Am. Vol. 47, N° 5, 1970.*
- 2.9 *A.E.H. Love: Some problems of Geodynamics. chap XI. Theory of propagation of seismic waves. 1911. Camb. U.P. y Dover 1967.*
- 2.10 *H. Lamb: On the propagation of tremors over the surface of an elastic solid. Philosophical Transactions. Royal Society London. A 203, 1904.*
- 2.11 *W.T. Thomson: Transmission of elastic waves through a stratified solid medium. Journal of App. Physics Vol. 21, p.89, 1950.*

2.12 *N.S. Haskell*

- a) The dispersion of surface waves on multilayered media. Bull, seis, Soc. am. 43 pp 17-34 (1953).*
- b) Crustal reflection of plane SH waves. Jour. Geoph. Res. 65 pp 4147-4150 (1960).*
- c) Crustal reflection of P and SV waves. Jour. Geoph. Res. 67 pp 4751-4767 (1962).*

2.13 *D.H. Griffiths & R.F. King: Applied Geophysics for geologist and engineers. Pergamm 1981.*

2.14 *A.H. Kley: Seismic reflection interpretation. App. Science Pub 1983.*

2.15 *W.H.K. Lee: Digital seismogram analysis and wave form inversion. IASPEI Software Library. Vol 3. 1991.*

2.16 *J. Mezcua, Martínez Solares: Mapa de sismicidad de la Península Ibérica, Instituto Geográfico 1983.*

2.17 *J. Mezcua: Catálogo General de Isosistas de la Península Ibérica. Pub 202. Instituto Geográfico 1982.*

2.18 *A. López Arroyo, V. Schentk, D. Mayer-Rosa: Engineering seismology. Special issue of Engineering Geology. Vol 20 nº 2/2. March 1984.*

2.19 *M. Bath: Introduction to seismology. Birkäasser Verlag, 1973.*

2.20 *E. Buforn, A. Udias: An algorithm for local mechanism detemination using signs off fiirts motion of P, SV, and SH waves. Rev. de Geofísica, 40, 11-26. 1984.*

2.21 *R. Madariaga: Dislocacions and earthquakes. en R. Ballan el al, eds. Les Houches. Sess. XXV 1980. Physique des Dèfants. North-Holland 1981.*

- 2.22 A. Udias, A. López Arroyo, J. Mezcua: *Seismotectonics of the Azores-Alborán region*. Tectonophysics 31 (1976).
- 2.23 B.A. Bolt: *Nuclear explosions & earthquakes*. Freeman & Co. 1976.
- 2.24 F. Ringdal. Ed. *Regional seismic arrays and nuclear test ban verification*. Bull. Seism. Soc. Am. Vol. 80. Part. B. N° 6.
- 2.25 A. Latter et al.: *Method of concealing underground nuclear explosions*. J. Geoph. Res. 66. 943 (1961).
- 2.26 J. Altman et al.: *Verification of arms reductions*. Springer 1989.

EJERCICIOS

EJERCICIO 2.1 Obtención de las velocidades de propagación para movimientos del tipo

$$\begin{array}{ll} 1 & u = w = 0 \quad v = v(y, t) \\ 2 & u = v = 0 \quad w = w(y, t) \end{array}$$

Las ecuaciones de Navier sin fuerzas de volumen son

$$(\lambda + G) \nabla^2 \underline{u} + G \nabla^2 \underline{u} = \rho \underline{\ddot{u}}$$

En el primer caso

$$\begin{aligned} \nabla \underline{u} &= \frac{\partial v}{\partial y} \\ \nabla^2 \underline{u} &= \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \quad j \\ \nabla^2 v &= \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \\ \underline{\ddot{u}} &= \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \quad j \end{aligned}$$

Es decir

$$(\lambda + 2G) \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} = \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}$$

$$\left. \begin{aligned} \alpha^2 \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} &= \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \\ \alpha^2 &= \frac{\lambda + 2G}{\rho} \end{aligned} \right\}$$

En el segundo

y por tanto

$$\begin{aligned}\nabla u &= 0 \\ \nabla^2 w &= \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ \ddot{w} &= \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}\end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned}\beta^2 \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} &= \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \\ \beta^2 &= \frac{G}{\rho}\end{aligned}\right\}$$

EJERCICIO 2.2 Obtener la solución general de la ecuación de ondas

$$\alpha^2 \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}$$

Se realiza el cambio

$$\begin{aligned}\xi &= y - \alpha t \\ \eta &= y + \alpha t\end{aligned}$$

Así

$$\begin{aligned}\frac{\partial v}{\partial y} &= \frac{\partial v}{\partial \xi} + \frac{\partial v}{\partial \eta} \\ \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} &= \frac{\partial^2 v}{\partial \xi^2} + 2 \frac{\partial^2 v}{\partial \xi \partial \eta} + \frac{\partial^2 v}{\partial \eta^2}\end{aligned}$$

Igualmente

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -\alpha \frac{\partial v}{\partial \xi} + \alpha \frac{\partial v}{\partial \eta}$$

$$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = \alpha^2 \frac{\partial^2 v}{\partial \xi^2} - 2\alpha^2 \frac{\partial^2 v}{\partial \xi \partial \eta} + \alpha^2 \frac{\partial^2 v}{\partial \eta^2}$$

Imponiendo la igualdad se obtiene

$$\frac{\partial^2 v}{\partial \xi \partial \eta} = 0$$

es decir

$$v = f(\xi) + F(\eta)$$

o bien

$$v(x, t) = f(y - \alpha t) + F(y + \alpha t)$$

EJERCICIO 2.3 Obtener las velocidades de propagación de ondas planas en medio infinito

$$u = f(x - ct)$$

Para imponer las condiciones de Navier, derivando respecto al grupo, se obtienen

$$\nabla u = (nd) f'$$

$$\nabla^2 u = n(nd) f''$$

$$\nabla^2 u = df''$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = dc^2 f''$$

Imponiendo las ecuaciones de Navier se obtiene

$$[(\lambda + G) \nabla (\nabla \cdot \mathbf{u}) + G \nabla^2 \mathbf{u} - \rho c^2 \nabla^2 \mathbf{u}] \mathbf{f}'' = 0$$

es decir

$$(\lambda + G) \nabla (\nabla \cdot \mathbf{u}) = (\rho c^2 - G) \nabla^2 \mathbf{u}$$

Si

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 1 \quad - \quad \nabla^2 \mathbf{u} = \mathbf{u}$$

Se obtienen así las ondas longitudinales con la celeridad

$$\lambda + 2G = \rho c^2$$

Si

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$$

se obtiene las ondas transversales con

$$\rho c^2 = G$$

EJERCICIO 2.4 Obtener la ecuación que permite calcular la celeridad de las ondas de Rayleigh

Las ecuaciones de Navier se pueden escribir como

$$(\alpha^2 - \beta^2) \nabla^2 \mathbf{u} + \beta^2 \nabla^2 \mathbf{u} = \ddot{\mathbf{u}}$$

donde α y β son las celeridades de las ondas P y S respectivamente.

El movimiento de ondas de Rayleigh en planos $y = 0$ y con eje z orientado hacia el interior se pone

$$\begin{aligned} u &= A e^{-bz} e^{ik(x-ct)} \\ v &= 0 \\ w &= B e^{-bz} e^{ik(x-ct)} \end{aligned}$$

que se amortigua con Z positivos si $b > 0$

$$\begin{aligned} \nabla u &= \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = (ikA - bB) e^{-bz} e^{ik(x-ct)} \\ \text{grad div } u &= \begin{bmatrix} -k^2 A - ikbB \\ 0 \\ -ikbA + bB \end{bmatrix} e^{-bz} e^{ik(x-ct)} \\ \vec{u} &= \begin{bmatrix} -k^2 c^2 A \\ 0 \\ -k^2 c^2 B \end{bmatrix} e^{-bz} e^{ik(x-ct)} \\ \nabla^2 u &= \begin{bmatrix} (b^2 - k^2) A \\ 0 \\ (b^2 - k^2) B \end{bmatrix} e^{-bz} e^{ik(x-ct)} \end{aligned}$$

Escribiendo las ecuaciones de Navier

$$\left. \begin{aligned} A [-(\alpha^2 - \beta^2) k^2 + \beta^2 (b^2 - k^2) + k^2 c^2] + \beta [-ikb(\alpha^2 \beta^2)] &= 0 \\ A [-(\alpha^2 - \beta^2) ikb] + \beta [(\alpha^2 - \beta^2) b^2 + (b^2 - k^2) \beta^2 + k^2 c^2] &= 0 \end{aligned} \right\}$$

o bien

$$\begin{bmatrix} k^2(c^2 - \alpha^2) + b^2\beta^2 & -ikb(\alpha^2 - \beta^2) \\ -ikb(\alpha^2 - \beta^2) & k^2(c^2 - \beta^2) + b^2\alpha^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = 0$$

Para que exista una solución distinta de la trivial el determinante debe anularse, es decir

$$[k^2(c^2 - \alpha^2) + b^2\beta^2] [k^2(c^2 - \beta^2) + b^2\alpha^2] + k^2b^2(\alpha^2 - \beta^2)^2 = 0$$

que tras simplificar, se puede poner como

$$[k^2(c^2 - \alpha^2) + b^2\alpha^2][k^2(c^2 - \beta^2) + b^2\beta^2] = 0$$

con raíces

$$b_1 = k \sqrt{1 - \left(\frac{c}{\alpha}\right)^2}$$

$$b_2 = k \sqrt{1 - \left(\frac{c}{\beta}\right)^2}$$

Obsérvese que para que se cumpla la positividad de b : $c < \beta < \alpha$

Además

$$\frac{B}{A} = \frac{k^2(c^2 - \alpha^2) + b^2\beta^2}{ikb(\alpha^2 - \beta^2)}$$

$$\left(\frac{B}{A}\right)_1 = \frac{k^2}{ikb_1} \frac{c^2 - \alpha^2 + \frac{\beta^2}{\alpha^2}(\alpha^2 - c^2)}{\alpha^2 - \beta^2} = \frac{k^2}{ikb_1} \frac{c^2(\alpha^2 - \beta^2) - \alpha^2(\alpha^2 - \beta^2)}{\alpha^2(\alpha^2 - \beta^2)} =$$

Analogamente

$$\left(\frac{B}{A}\right)_2 = \frac{k^2}{ikb_2} \frac{c^2 - \alpha^2 + (\beta^2 - c^2)}{\alpha^2 - \beta^2} = -\frac{k}{ib_2} = i \frac{k}{b_2}$$

que indican que las componentes u y w están desfasadas 90° .

Combinando las dos soluciones se tiene

$$u = (A_1 e^{-b_1 z} + A_2 e^{ik(x-ct)})$$

$$v = 0$$

$$w = \left(-A \frac{b_1}{ik} e^{-b_1 z} + A_2 \frac{ik}{b_2} e^{-b_2 z}\right) e^{ik(x-ct)}$$

La condición de superficie libre se obtiene imponiendo

$$\begin{aligned}\sigma_z|_0 &= 0 & - & \lambda(e_x + e_z) + 2Ge_z = 0 \\ \tau_{xz}|_0 &= 0 & - & \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} = 0 \\ \tau_{yz}|_0 &= 0\end{aligned}$$

La última se cumple automáticamente. La primera se puede escribir como

$$\rho \left[\frac{\lambda+2G}{\rho} - \frac{2G}{\rho} \right] e_x + \frac{\lambda+2G}{\rho} e_z = 0$$

es decir

$$(\alpha^2 - 2\beta^2) e_x^0 + \alpha^2 e_z^0 = 0$$

Ahora bien

$$\begin{aligned}e_x^0 &= ik(A_1 + A_2) \\ e_z^0 &= \frac{b_1^2}{ik} A_1 - ikA_2 = -ik \left(\frac{b_1^2}{k^2} A_1 + A_2 \right)\end{aligned}$$

Así pues

$$(\alpha^2 - 2\beta^2) (A_1 + A_2) - \alpha^2 \left(\frac{b_1^2}{k^2} A_1 + A_2 \right) = 0$$

$$A_1 \left\{ (\alpha^2 - 2\beta^2) - \alpha^2 \left[1 - \left(\frac{c}{\alpha} \right)^2 \right] \right\} + A_2 [\alpha^2 - 2\beta^2 - \alpha^2] = 0$$

$$A_1 \left[2 - \left(\frac{c}{\beta} \right)^2 \right] + 2A_2 = 0$$

Finalmente, la condición de nulidad de τ_{xz} en la superficie libre es

$$-b_1 A_1 - b_2 A_2 + ik \left(-\frac{b_1}{ik} A_1 + \frac{ik}{b_2} A_2 \right) = 0$$

o bien

$$2b_1 A_1 + \left(2 - \left(\frac{c}{\beta} \right)^2 \right) k^2 \frac{A_2}{b_2} = 0$$

Para que el sistema

$$\begin{bmatrix} 2 - \left(\frac{c}{\beta} \right)^2 & 2 \\ 2b_1 & \left[2 - \left(\frac{c}{\beta} \right)^2 \right] \frac{k^2}{b_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \end{bmatrix} = 0$$

tenga solución distinta de la trivial se debe cumplir

$$\frac{k^2}{b_2} \left[2 - \left(\frac{c}{\beta} \right)^2 \right]^2 - 4b_1 = 0$$

es decir

$$\Delta = \left[2 - \left(\frac{c}{\beta} \right)^2 \right]^2 - 4 \sqrt{\left[1 - \left(\frac{c}{\beta} \right)^2 \right] \left[1 - \left(\frac{c}{\beta} \right)^2 \right]} = 0$$

que es la ecuación de Rayleigh.

Para $c = 0$, Δ es negativo, mientras que para $c = \beta$, Δ es positivo, por lo que al menos debe haber una raíz.

En el caso $v = 0,25$

$$\alpha = \sqrt{3} \beta$$

y se obtiene la ecuación bicúbica

$$\left(\frac{c}{\beta}\right)^6 - 8\left(\frac{c}{\beta}\right)^4 + \frac{56}{3}\left(\frac{c}{\beta}\right)^2 - \frac{32}{3} = 0$$

en la que sólo la raíz

$$-\frac{2}{\sqrt{3}}$$

es compatible con la condición $c < \beta$. Así, en este caso,

$$c_R = 0,919\beta$$

En el caso general, una buena aproximación es

$$c_R \sim \frac{0,862 + 1,14\nu}{1+\nu} \beta$$

EJERCICIO 2.5 Demostrar la imposibilidad de ondas superficiales transversales

El movimiento con ejes orientados hacia el interior es

$$\begin{aligned} u &= w = 0 \\ v &= A e^{-bz} e^{ik(x-ct)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \nabla u &= 0 \\ \nabla^2 u &= (-k^2 + b^2) A e^{-bz} e^{ik(x-ct)} & j \\ \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= -k^2 c^2 A e^{-bz} e^{ik(x-ct)} & j \end{aligned}$$

Así pues

$$\begin{aligned}\beta^2(b^2 - k^2) &= -k^2 c^2 \\ \beta^2 b^2 &= k^2(\beta^2 - c^2) \\ b &= k \sqrt{1 - \left(\frac{c}{\beta}\right)^2}\end{aligned}$$

La condición de superficie libre es

$$\tau_{yz}|_0 = 0 \quad - \quad \frac{\partial v}{\partial z}|_0 = 0 = -bA$$

que sólo puede cumplirse si b ó A son nulos, ninguno de cuyos casos representa una onda superficial transversal.

EJERCICIO 2.6 Obtener la ecuación de propagación de ondas transversales en una capa con bordes libres

Si se sitúan los ejes tal como se indica en la figura,

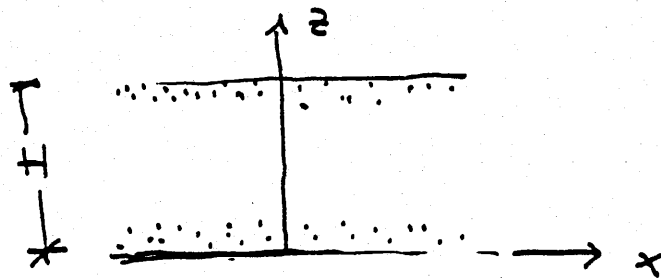


Figura E.2.6.1

el movimiento buscado es del tipo

$$\begin{aligned}u &= w = 0 \\ v &= f(z) e^{ik(x-ct)}\end{aligned}$$

debiendo cumplir las ecuaciones de Navier

$$(\alpha^2 - \beta^2) \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \beta^2 \nabla^2 u = \ddot{u}$$

Aquí

$$\begin{aligned}\nabla u &= 0 \\ \nabla^2 v &= (-k^2 f + f'') e^{ik(x-ct)} \\ \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} &= -k^2 c^2 f e^{ik(x-ct)}\end{aligned}$$

es decir

$$\begin{aligned}\beta^2 f' + k^2 (c^2 - k^2 \beta^2) f &= 0 \\ f'' + k^2 \left[\left(\frac{c}{\beta} \right)^2 - 1 \right] f &= 0\end{aligned}$$

Si se hace

$$q = k \sqrt{\left(\frac{c}{\beta} \right)^2 - 1}$$

se obtiene inmediatamente

$$f(z) = A \cos qz + \beta \operatorname{sen} qz$$

y

$$f'(z) = -Aq \operatorname{sen} qz + \beta q \cos qz$$

La condición de bordes libres implica

$$\tau_{yz}|_{0,H} = 0 \quad \rightarrow \quad f'(z)|_{0,H} = 0$$

La primera se cumple con $B = 0$, y la segunda exige

$$Aq \operatorname{sen} qH = 0$$

es decir

$$qH = n\pi \quad n = 0, 1, 2 \dots$$

Cada n implica un modo distinto de propagación.

Usando el valor de q

$$\left(\frac{c}{\beta}\right)^2 - 1 = \frac{n^2 \pi^2}{k^2 H^2}$$

$$c^2 = \beta^2 \left(1 + \frac{n^2 \pi^2}{k^2 H^2}\right)$$

Como puede observarse, la celeridad depende de k excepto para el caso $n = 0$. Se trata pues de ondas dispersivas. Cada valor de n representa un modo de vibración. (Fig. E.2.6.2).

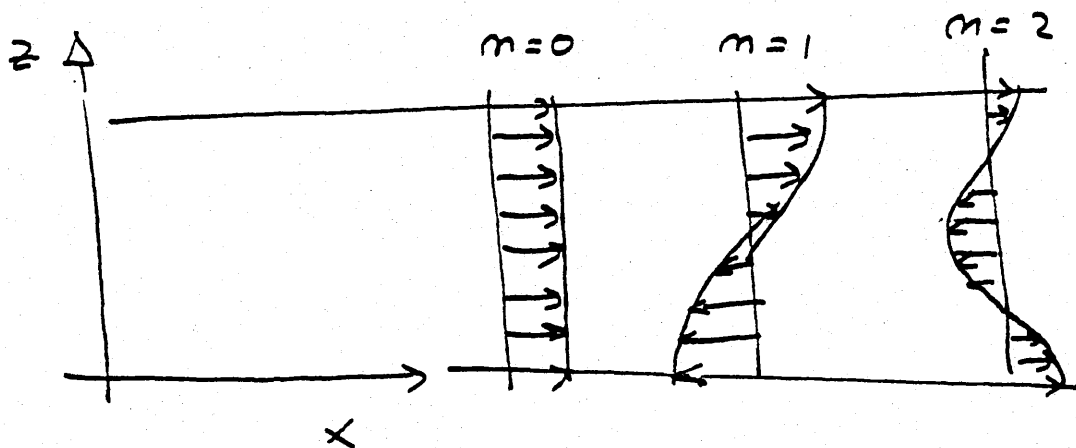


Figura E.2.6.2

EJERCICIO 2.7 Obtención de la ecuación de las ondas de Love

Se trata de determinar la posibilidad de propagación de ondas transversales en un estrato 1 soportado por un semiespacio 2 (Fig. E.2.7).

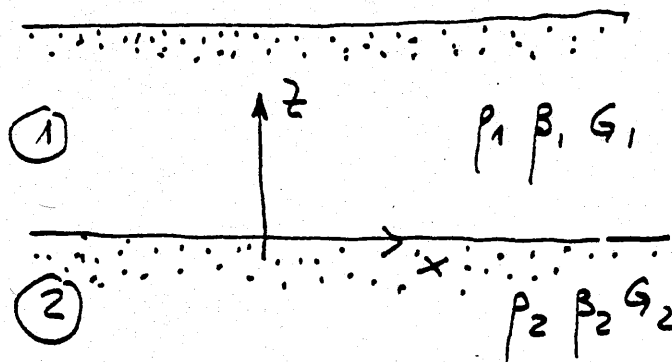


Figura E.2.7

Los movimientos respectivos son del tipo

$$\begin{aligned} u &= w = 0 \\ v_1 &= (A \cos q_1 z + B \operatorname{sen} q_1 z) e^{ik(x-ct)} \\ v_2 &= C e^{bz} e^{ik(x-ct)} \end{aligned}$$

Utilizando razonamientos semejantes a los de los ejercicios 2.5 y 2.6 se tiene

a) Condición de superficie superior libre

$$-B \cos q_1 H + A \operatorname{sen} q_1 H = 0$$

b) Continuidad de tensiones en $z = 0$

$$G_1 q_1 B = -G_2 C b$$

c) Continuidad de desplazamientos en $z = 0$

$$A = c$$

Es decir

$$\begin{bmatrix} \operatorname{sen} q_1 H & -\cos q_1 H & 0 \\ 0 & G_1 q_1 & G_2 b \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \end{bmatrix} = 0$$

La condición de solución no trivial conduce a

$$G_2 b \cos q_1 H = G_1 q_1 \operatorname{sen} q_1 H$$

o bien

$$\operatorname{tg} q_1 H = \frac{G_2 b}{G_1 q_1}$$

y como

$$q_1 = k \sqrt{\left(\frac{c}{\beta_1}\right)^2 - 1} = k \sqrt{1 - \left(\frac{c}{\beta_2}\right)^2}$$

$$\operatorname{tg} k H \sqrt{\left(\frac{c}{\beta_1}\right)^2 - 1} = \frac{G_2}{G_1} \sqrt{\frac{1 - \left(\frac{c}{\beta_2}\right)^2}{\left(\frac{c}{\beta_1}\right)^2 - 1}}$$

que es la ecuación de dispersión de Love.

Para $k = 0$, $\operatorname{tg} = 0 \rightarrow c = \beta_2$

Si el argumento de la tangente vale $\pi/2 \rightarrow c = \beta_1$

En situaciones intermedias se comprende que la celeridad de las ondas de Love varía entre β_1 y β_2 .

EJERCICIO 2.8 Obtener la matriz de transferencia en el método de Thomson Haskell cuando se propagan ondas SH verticales

Se trata de un medio estratificado como se indica en la Figura E.2.8.

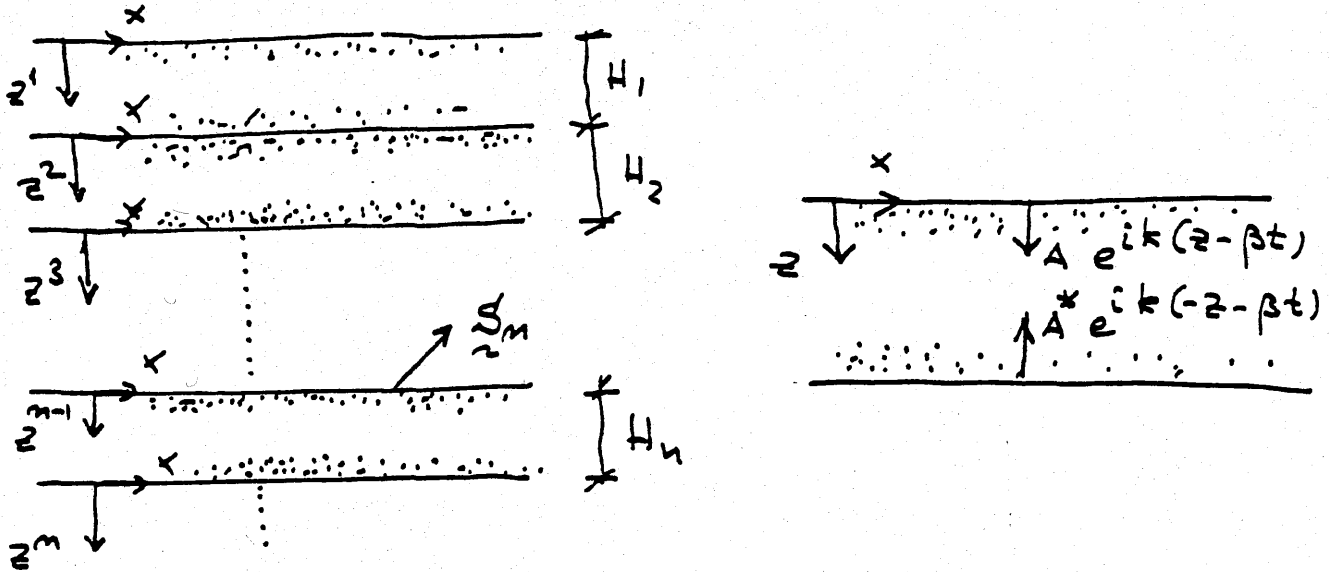


Figura E.2.8

El estado de un estrato en régimen permanente se considera como la suma de ondas emitidas por las interfases superior e inferior

$$v = (A e^{ikz} + A^* e^{-ikz}) e^{-i\omega t}$$

$$\frac{dv}{dz} = ik(A e^{ikz} - A^* e^{-ikz}) e^{-i\omega t}$$

El vector de estado se puede definir como

$$S = \begin{bmatrix} v \\ \frac{1}{i} \tau_{zy} \end{bmatrix}_{z=0} = \begin{bmatrix} A + A^* \\ Gk(A - A^*) \end{bmatrix}$$

Para relacionar los vectores de estado \underline{S}_n y \underline{S}_{n+1} basta considerar la capa n , y, teniendo en cuenta los signos establecidos para los ejes, poner las condiciones de continuidad de desplazamientos y equilibrio.

$$\begin{aligned} v^n &= v^{n+1} \\ \tau_{zy}^n &= \tau_{zy}^{n+1} \end{aligned}$$

con ello

$$\begin{aligned} A_n e^{ik_n H_n} + A_n^* e^{-ik_n H_n} &= A_{n+1} + A_{n+1}^* \\ G_n k_n (A_n e^{ik_n H_n} - A_n^* e^{-ik_n H_n}) &= G_{n+1} k_{n+1} (A_{n+1} - A_{n+1}^*) \end{aligned}$$

o bien

$$\begin{aligned} A_{n+1} + A_{n+1}^* &= (A_n + A_n^*) \cos k_n H_n + i(A_n - A_n^*) \operatorname{sen} k_n H_n \\ G_{n+1} k_{n+1} (A_{n+1} - A_{n+1}^*) &= G_n k_n [(A_n - A_n^*) \cos k_n H_n + i(A_n + A_n^*) \operatorname{sen} k_n H_n] \end{aligned}$$

Así

$$\begin{bmatrix} v \\ \frac{1}{i} \tau_{yz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \frac{\omega H_n}{\beta_n} & \frac{i\beta_n}{G_n \omega} \operatorname{sen} \frac{\omega H_n}{\beta_n} \\ iG_n \frac{\omega}{\beta_n} \operatorname{sen} \frac{\omega H_n}{\beta_n} & \cos \frac{\omega H_n}{\beta_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \frac{1}{i} \tau_{yz} \end{bmatrix}^n$$

o bien

$$\underline{S}_{n+1} = \underline{G}_n \underline{S}_n$$

donde se ha hecho

$$\omega = k_n \beta_n$$

EJERCICIO 2.9

En una prospección sísmica de refracción se han obtenido los siguientes resultados

DISTANCIA EN m	TIEMPO DE LLEGADA EN MILLISEGUNDOS
5	7
7,5	11,1
10	15,0
15	16,9
20	21,1
25	22,9
30	26,9
35	30,1
40	31,4
50	34,4
60	37,8

Se pide dibujar la dromocrónica y obtener los valores estimados de las celeridades de capa, ordenadas en el origen y espesores de los distintos estratos.

Una primera representación de los puntos sugiere las siguientes agrupaciones:

Recta 1

d	5	7,5	10
t	7,2	11,1	15

Recta 2

d	10	15	20	25	30	35
t	15	16,9	21,1	22,9	26,9	30,1

Recta 2

d	35	40	50	60
t	30,1	31,4	34,7	37,8

que se puede ajustar por mínimos cuadrados mediante las ecuaciones

$$\begin{aligned} m \sum d_i + nN &= \sum t_i \\ m \sum d_i^2 + n d_i &= \sum d_i t_i \end{aligned}$$

Para la recta pasando por el origen

$$m = \frac{\sum d_i t_i}{\sum d_i^2}$$

Para la primera recta

$$\begin{aligned} \sum d_i^2 &= 181,25 \\ \sum d_i t_i &= 269,25 \\ m &= \frac{\sum d_i t_i}{\sum d_i^2} = 1,49 \end{aligned}$$

En la segunda

$$\begin{aligned}
 N &= 6 \\
 \sum d_i &= 135 \\
 \sum d_i^2 &= 3475 \\
 \sum t_i &= 132,9 \\
 \sum d_i t_i &= 3258,5
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 135m + 6n &= 132,9 \\
 3475m + 135n &= 3258,5
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 m &= 0,613 \\
 n &= 8,35
 \end{aligned}$$

Finalmente en la tercera

$$\begin{aligned}
 N &= 4 \\
 \sum d_i &= 185 \\
 \sum d_i^2 &= 89255 \\
 \sum t_i &= 134 \\
 \sum d_i t_i &= 6312,5
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 185m + 4n &= 134 \\
 8925m + 185n &= 6312,5
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 m &= 0,31 \\
 n &= 19
 \end{aligned}$$

Las celeridades de las diferentes capas son así

$$c_1 = \frac{1}{m} = \frac{1000}{1,49} \frac{m}{seg} = 671,1 \frac{m}{seg}$$

$$c_2 = \frac{1}{m_2} = \frac{1000}{0,613} \frac{m}{seg} = 1631,3 \frac{m}{seg}$$

$$c_3 = \frac{1}{m_2} = \frac{1000}{0,31} \frac{m}{seg} = 3225,8 \frac{m}{seg}$$

$$\text{sen } \theta_{12} = \frac{671,1}{1631,3} = 0,41; \quad \theta_{12} = 24,3; \quad \cos \theta_{12} = 0,911$$

$$\text{sen } \theta_{23} = \frac{1631,3}{3225,8} = 0,5; \quad \theta_{23} = 30,37; \quad \cos \theta_{23} = 0,86$$

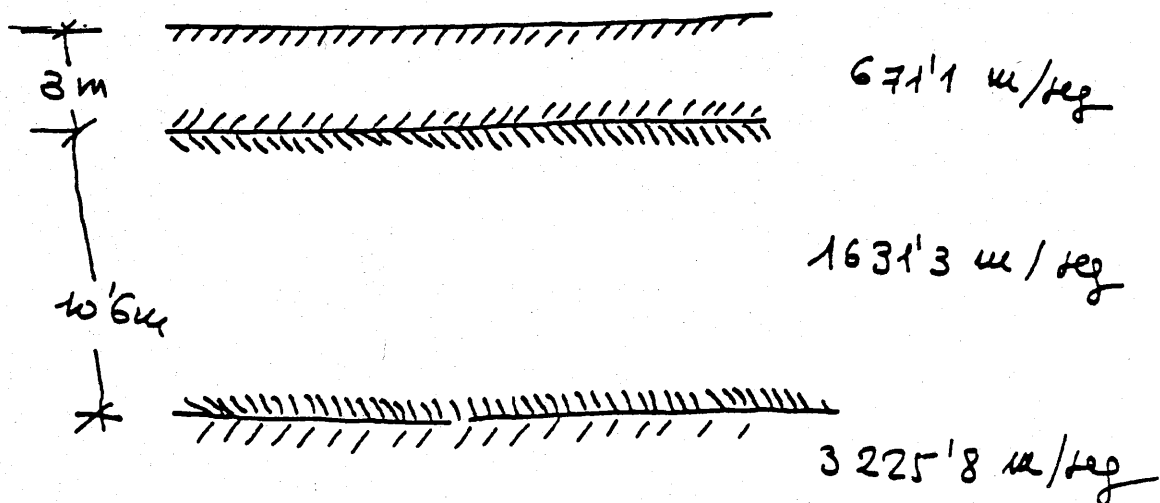
Los espesores son

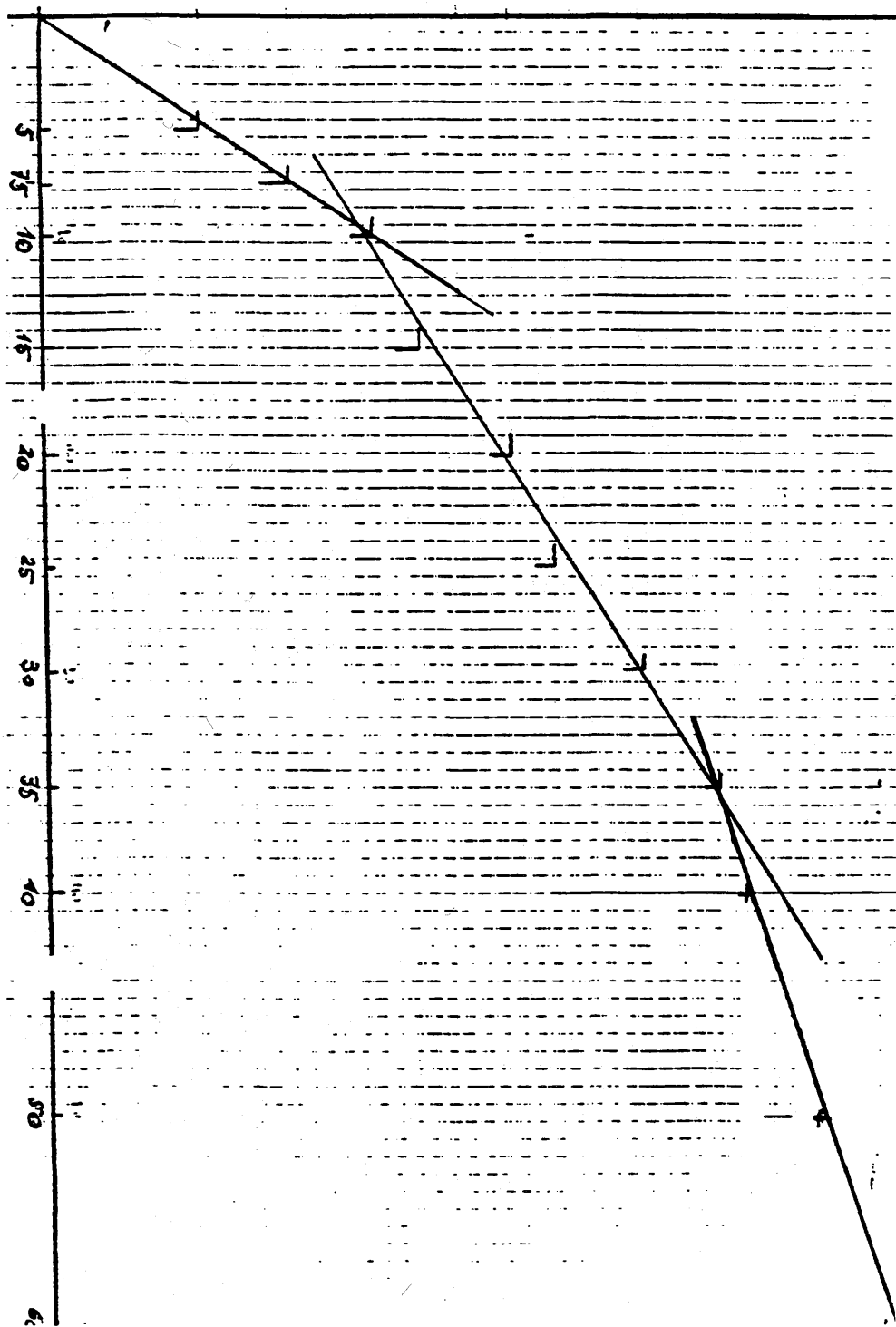
$$H_1 = \frac{t_2 C}{2 \cos \theta_{12}} = \frac{8,35 \times 671,1 \times 10^{-3}}{2 \times 0,911} = 3,075$$

$$\text{sen } \theta_{13} = \frac{671,1}{3225,8} = 0,2; \quad \theta_{13} = 12; \quad \cos \theta_{13} = 0,978$$

$$t_{13} = \frac{2H_1}{c_1} \cos \theta_{13} = \frac{2 \times 3,075}{671,1} 0,978 = 8,9 \times 10^{-3}$$

$$H_2 = \frac{t_3 - t_{13}}{2 \cos \theta_{23}} c_2 = \frac{(19 - 8,9) 10^{-3}}{2 \times 0,86} 1631,3 = 10,6$$





CAPITULO III

RIESGO SISMICO. ZONIFICACION

En este capítulo se recogen los criterios probabilistas que guían generalmente la fijación de la acción sísmica aunque también se dan algunas ideas sobre la determinación de la vulnerabilidad de las estructuras con objeto de encuadrar el proyecto en el marco global del riesgo sísmico entendido como combinación de la peligrosidad sísmica, la vulnerabilidad de las estructuras construídas y el coste generalizado de la obra proyectada. Se hace especial incapié en la propuesta de la nueva Norma Española y se indican las posibilidades de manejo de los datos en ella incluídos.

- 3.1 Introducción y objetivos.**
- 3.2 Peligrosidad sísmica.**
 - 3.2.1 Efectos de un solo terremoto.**
 - 3.2.2 Efectos de un conjunto aleatorio de sismos.**
- 3.3 El Mapa Español.**
- 3.4 Manejo de los datos del mapa.**
- 3.5 Vulnerabilidad.**
- 3.6 Criterios de decisión.**
- 3.7 Ejercicios.**
- 3.8 Referencias.**

3.1 INTRODUCCION Y OBJETIVOS

En este capítulo se van a desarrollar los criterios que permiten fijar la importancia de la acción sísmica en un emplazamiento determinado.

Aunque aquéllos son semejantes para una cuantificación global y local se va a poner especial énfasis en la explicación de los métodos que han llevado al establecimiento del mapa sísmico español.

En general cabe decir que el proyectista necesita evaluar los riesgos de diferentes niveles de daño con objeto de comparar soluciones alternativas. Para ello se precisa ser capaz de cuantificar y localizar la importancia de los sismos, el daño que producen en las estructuras así como cuantificar el coste generalizado (coste inicial + beneficios + coste de reparación) de la contrucción.

Por ello se suelen definir el riesgo sísmico como la combinación de los precitados factores, es decir

$$\text{Riesgo} = \text{Peligrosidad} \cap \text{Vulnerabilidad} \cap \text{Coste}$$

Tradicionalmente se ha empleado un enfoque *determinista* en que la sollicitación sísmica se tomaba semejante a la máxima registrada históricamente. Tan solo en épocas recientes se ha impuesto una filosofía *probabilista* basada fundamentalmente en ideas expuestas por Cornell y Esteva en los años sesenta.

En ambos casos se recurre a un estudio detallado de la estructura geotectónica de la región, en especial sus fallas activas, así como a la historia sísmica con localización de epicentros y asignación de intensidades que en nuestro país se puede basar en los catálogos existentes.

En el caso determinista se postula que el máximo sismo histórico de cada falla se produce en la zona más próxima al emplazamiento, y utilizando

fórmulas de atenuación se obtiene la característica de interés en aquél. (Ejercicio 3.1).

En el método probabilista se define la *peligrosidad sísmica* como la *probabilidad que, en un emplazamiento dado, se supere una determinada cota de sollicitación por efecto de terremotos producidos en zonas próximas, en un intervalo de tiempo fijado*. Por ello se precisa establecer leyes de probabilidad, basadas en la sismicidad de las regiones vecinas, según los criterios que se indican en el apartado siguiente.

En cualquier caso se recoge información sobre los siguientes extremos (Bolt 1989)

a) Información geológica

- a1) Mapa con indicación de movimientos tectónicos recientes.
- a2) Colección de fallas activas con indicación de su tipo.
- a3) Geología estructural alrededor del emplazamiento.
- a4) Exploración geofísica.
- a5) Resumen de deslizamientos, asentamientos, etc.

b) Información sísmica

- b1) Historia sísmica de la región (Catálogos con epicentro, magnitudes, intensidades, isosistas, etc.)
- b2) Construcción de curvas de frecuencia y curvas de atenuación de terremotos.
- b3) Historia sísmica local.
- b4) Terremoto de proyecto congruente con los datos.

Un estudio más detallado puede verse en Hays (ref. 2), Tabla I.

El usuario proporciona información sobre el emplazamiento y la estructura		
¿Se dispone de datos de terremotos anteriores?		
NO	SI	
Estimar la sismicidad sobre la base de datos regionales existentes	¿Han sido analizados los datos?	
	NO	SI
	Obtener y analizar los datos	
	Determinar parámetros de sismicidad en la zona	
Identificación características sismotectónicas de la zona		
Estimación de la atenuación sísmica de la zona		
Estimación de la intensidad máxima de temblores esperados en el emplazamiento, tras la definición del riesgo aceptable por parte del usuario		
Estimación de los aspectos de respuesta del movimiento del suelo que pueden esperarse en el emplazamiento, de acuerdo con la definición de los criterios de daño o diseño propuestos por el usuario		
¿Tiene la estructura importancia vital?		
NO	SI	
	Estimar los efectos locales de amplificación	
	REPEAT	
	Si es necesario modificar aspectos de respuesta	
	Estimar incertidumbre en parámetros de diseño sísmico	
	¿Requiere la estructura más estudios?	
	NO	SI
		Análisis detallado de emplazamiento y estructura
Consideración de alternativas de construcción para el emplazamiento		

Tabla I

3.2 PELIGROSIDAD SISMICA

Según se ha definido más arriba, la peligrosidad sísmica implica un tratamiento probabilista de los sucesos sísmicos. Para ello el primer esfuerzo debe realizarse en la interpretación conjunta de la información geológica y la sísmica con objeto de establecer una serie de *zonas sismogenéticas* que puedan influir en el emplazamiento. Se designan así aquellas áreas en las que el proceso de ocurrencia es espacial y temporalmente homogéneo aunque existan diferentes estructuras tectónicas.

Un ejemplo muy interesante ha sido presentado por D. Muñoz (ref. 3) en el estudio de la zona más conflictiva de nuestro país. La figura 3.1 recoge 8 zonas sismogenéticas que tratan de reflejar la experiencia de terremotos producidos, geología e intensidad. Así la zona 1 recoge los eventos en la falla Azores-Gibraltar, la zona 2 la sismicidad difusa del sur de Portugal, las 3 y 5 la del mar de Alborán, la 4 es la zona de Granada-Málaga, la zona 6 es la de Almería, la 7 Alicante-Murcia y la 8 recoge los terremotos argelinos.

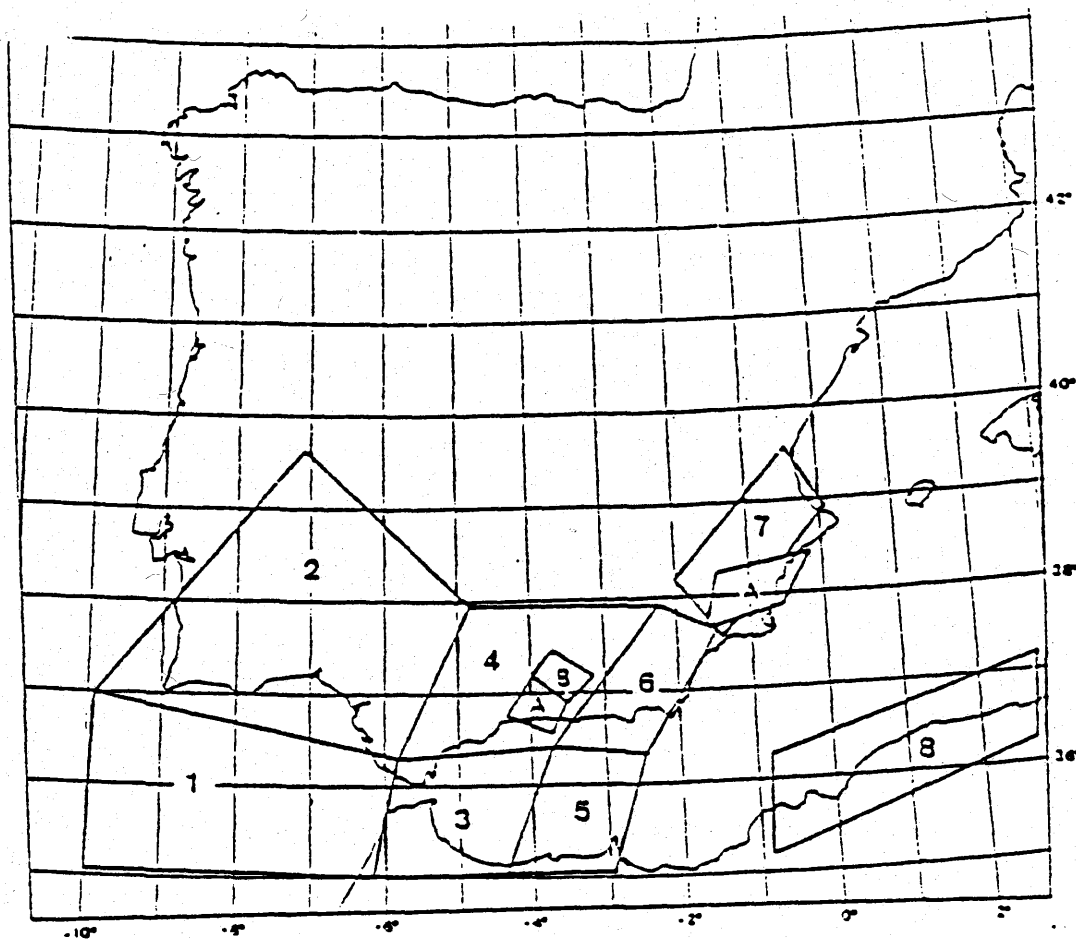


Figura 3.1

Además de áreas difusas se pueden localizar zonas sismogénéticas en puntos o líneas representativas de fallas en las que se supone que el foco puede emigrar en cualquier dirección.

Dentro de cada zona sismogénética se suele establecer la *frecuencia de terremotos* de acuerdo con la fórmula de Gutenberg y Richter

$$\lg_{10} N = a_1 - b_1 M \quad (3.1)$$

donde N es el número de terremotos de magnitud superior a M y (a', b') parámetros característicos de la sismicidad de la región. La figura 3.2a recoge una correlación de este tipo mientras que en 3.2b se representan los resultados que se obtienen mediante un ajuste parabólico.

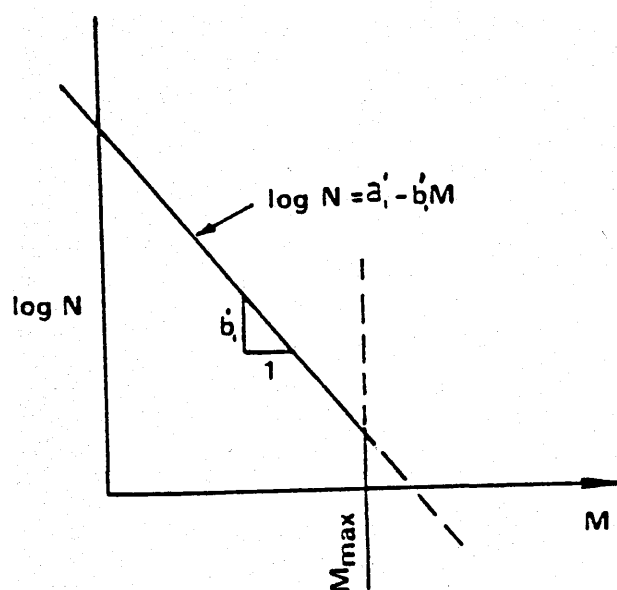


Figura 3.2a

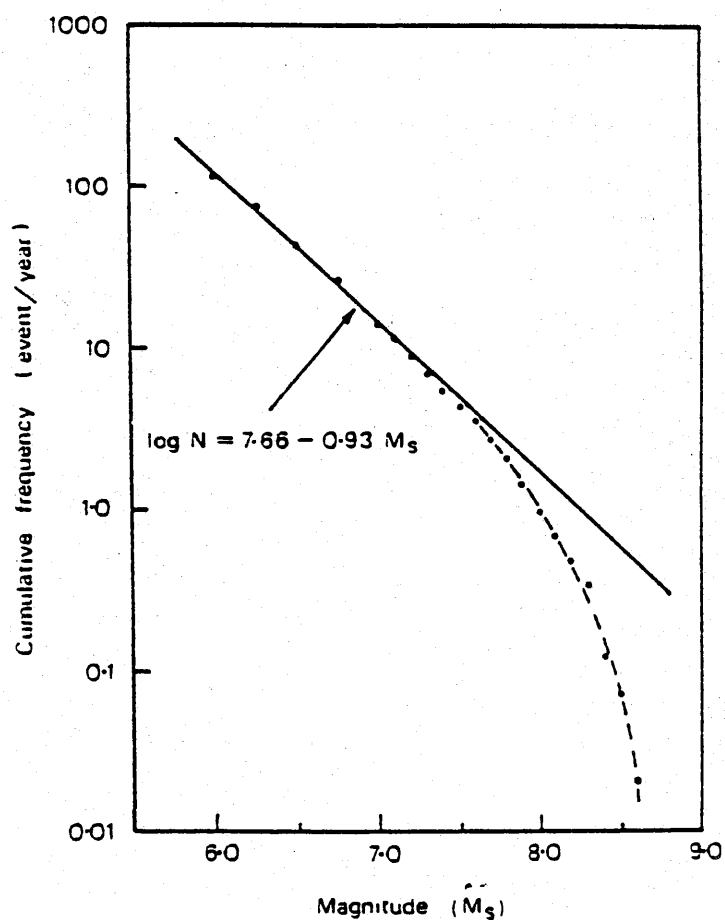


Figura 3.2b

$$\lg_{10} N = a_2 + b_2 M + c_2 M^2 \quad (3.2)$$

que recoge mejor la influencia de las magnitudes altas.

Puede demostrarse (ejercicio 3.2) que si se admite la existencia de un límite no inferior para las magnitudes la ley de distribución de aquellas es

$$F_M(m) = Prob(M \leq m) = 1 - e^{-\beta(m-m_0)} \quad (3.3)$$

donde

$$\beta = b_1 \ln 10$$

Los valores de β oscilan alrededor de 1,5 aunque Martín ha encontrado para nuestro país valores del orden de 2.

En ocasiones se utilizan fórmulas semejantes a las 3.1 y 3.2) pero trabajando con intensidades. Es decir

$$\lg_{10} N = a_3 + b_3 I \quad (3.4)$$

o bien

$$\lg_{10} N = a_4 + b_4 I + c_4 M^2 \quad (3.5)$$

La figura 3.3 representa la curva propuesta por D. Muñoz para la zona sismogénica 4 de la figura 1.

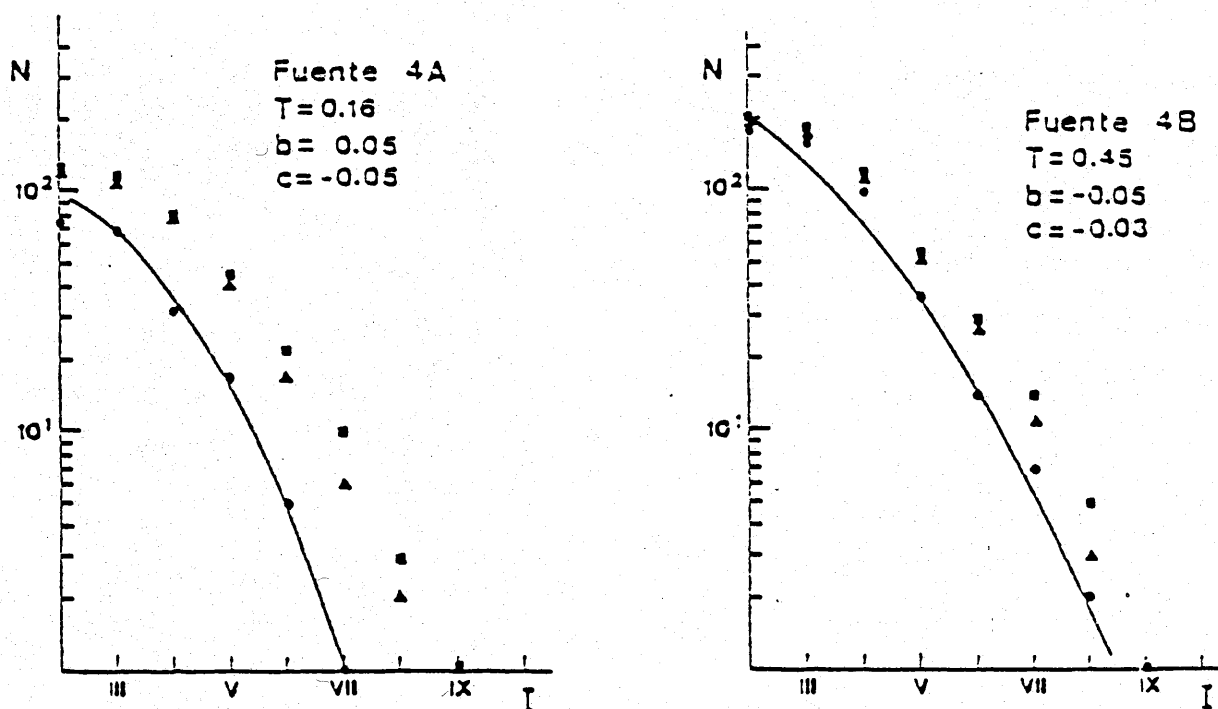


Figura 3.3

3.2.1 EFECTOS DE UN SISMO

Para estudiar la influencia de cada evento sísmico se precisa trasladar el efecto en el foco hasta el emplazamiento. Como se ha visto en el capítulo anterior, se dispone de fórmulas que, recogiendo experiencias previas, permiten observar la atenuación del parámetro escogido. Esta atenuación refleja tanto el efecto de radiación como la disipación propia de los materiales de la corteza. Así, en la fórmula de la intensidad (ref. 3)

$$I = I_0 - C_1 \lg_{10} \left(\frac{R}{h} \right) - C_2 (R-h) \quad (3.6)$$

donde R es la distancia hipocentral y h la profundidad del foco, C_1 representa el efecto geométrico y C_2 la disipación material.

Las leyes de atenuación se fijan estudiando las isosistas de terremotos históricos. La figura 3.4 representa uno de los cálculos realizados para el famoso terremoto de Andalucía de 1884 en que los coeficientes de atenuación se ajustan mediante una eleipse (ref. 3 y 4).

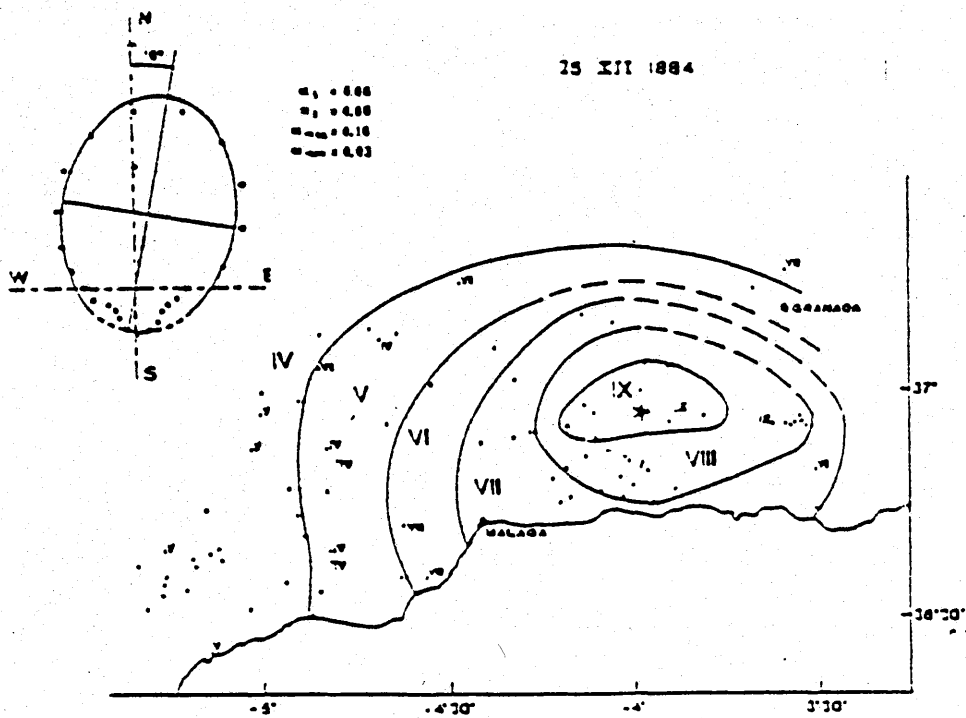


Figura 3.4

De acuerdo con el objetivo marcado se pretende obtener la distribución en el emplazamiento de la magnitud de interés; es decir, se precisa hallar su función de distribución así como las esperanzas de algunas de sus potencias.

Supóngase, por ejemplo, el caso en que se estudia la aceleración máxima del suelo

$$\ddot{X}_g$$

para la que se admite una fórmula de atenuación (ref. 5)

$$\ddot{X}_g = b_1 e^{b_2 M} R^{-b_3} \quad (3.7)$$

Se desea encontrar

$$[\ddot{X}_g^q]$$

donde q es un entero y la función de distribución

$$F_{\ddot{X}_g}(a) = \text{Prob}(\ddot{X}_g \leq a) \quad (3.8)$$

En ambos casos se considera que R y M son variables aleatorias independientes y, por ello,

$$E[\ddot{X}_g^q] = b_1^q E[e^{qb_2 M}] E[R^{-qb_3}] \quad (3.9)$$

$$1 - F_{\ddot{X}_g} = \text{Prob}(\ddot{X}_g > a) = \int \text{Prob}(\ddot{X}_g > a / R=r) f_R(r) dr \quad (3.10)$$

Los resultados que se obtiene (ejercicios 3.3 y 3.4) son respectivamente

$$E[\bar{X}_g^k] = b_1^k \beta e^{\frac{-\alpha b_2 m_0}{\beta - k b_2}} E[R^{-\alpha b_2}] \quad (3.11)$$

$$Prob(\bar{X}_g > a) = 1 - F_{\bar{X}_g}(a) = e^{\beta m_0} E[R^{\frac{-\beta b_2}{b_1}}] \left(\frac{a}{b_1}\right)^{-\frac{\beta}{b_2}} \quad (3.12)$$

Es interesante observar que, para una fuente dada, si se hace

$$k = \frac{\beta}{b_2} \quad (3.13)$$

se obtiene

$$Prob(\bar{X}_g > a) = p_a \propto a^{-k} \quad (3.14)$$

por lo que, si se llama v a la actividad sísmica de la fuente, es decir, al número medio anual de terremotos en el emplazamiento con aceleraciones superiores al valor a , es

$$\lambda(a) = v p_a = \alpha a^{-k} \quad (3.15)$$

fórmula aceptada por la nueva Instrucción española.

Para obtener los valores finales en las fórmulas (3.11) y (3.12) se precisa calcular la esperanza de una potencia de R (distancia hipocentral). Ello depende de la geometría relativa entre el emplazamiento y la fuente.

Aunque existan algunas soluciones analíticas (véase por ejemplo el ejercicio 3.5) en general, se recurre a un procedimiento numérico. Un método típico (re.f 3.6) consiste en subdividir la zona sismogénica en cuadriláteros sobre los que se establecen intervalos (fig. 3.5) de anillos que se sobreponen a

la zona en estudio, calculando su contribución a la integral que sirve para determinar $E[R^2]$.

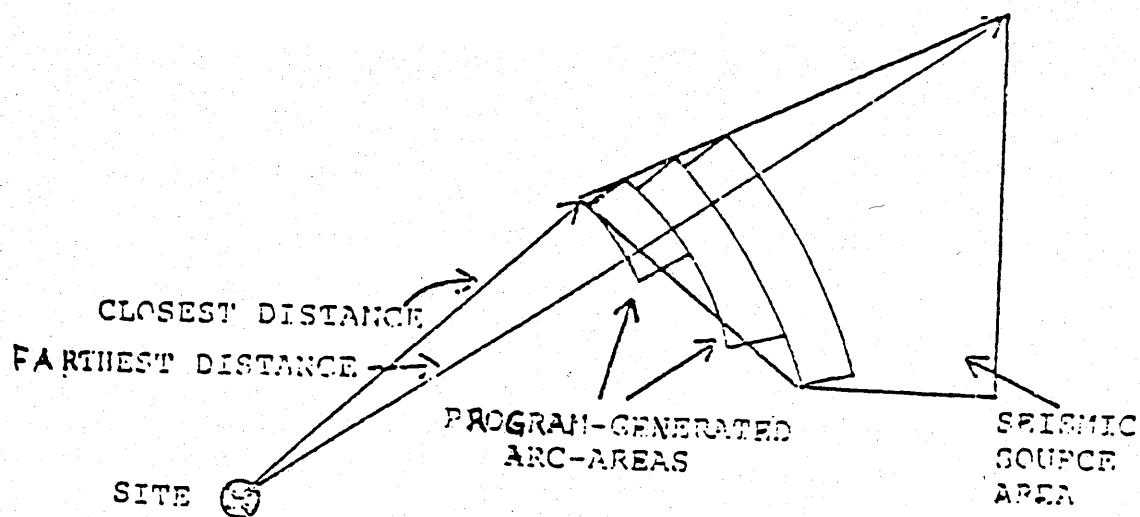


Figura 3.5

Un procedimiento semejante ha sido seguido en los estudios realizados en España (ref. 3 y 7).

3.2.2 EFECTO DE UN CONJUNTO ALEATORIO DE SISMOS.

Para estudiar el efecto de N terremotos que puedan producirse en t años, se supone un proceso de Poisson con independencia entre N , los tamaños y la localización de los terremotos. Con ello la probabilidad de que se produzcan n terremotos con un nivel de aceleración superior al de a es

$$Prob (N_a=n) = \left(\frac{p_a v t}{n!} \right)^n e^{-p_a v t} \quad (3.16)$$

o bien, usando (3.15)

$$Prob (N_a=n) = \frac{(\lambda(a) t)^n}{n!} e^{-\lambda(a) t} \quad (3.17)$$

A partir de esto es posible calcular la función de distribución del máximo efecto en el emplazamiento.

$$\begin{aligned} F_{A_{\max}}(a) &= Prob (A_{\max} \leq a) = \\ &= Prob (no se produzcan A > a) = Prob[N_a=0] = e^{-\lambda t} \end{aligned} \quad (3.18)$$

Con ello la probabilidad de que se presente una aceleración superior a la cota a es

$$Prob (A_{\max} > a) = 1 - F_{A_{\max}}(a) = 1 - e^{-\lambda t} \quad (3.19)$$

que para valores pequeños de riesgo es

$$Prob (A_{\max} > a) \sim \lambda t \quad (3.20)$$

La probabilidad anual de presentación es

$$Prob (A_{\max}^{an} > a) = \lambda \quad (3.21)$$

En estos casos los efectos de zonas sismogénicas se añaden y se puede organizar un proceso sistemático como el presentado por Mc. Guire (ref. 6).

El desarrollo se puede repetir trabajando en intensidades o en cualquier otra magnitud para la que se pueda organizar el proceso anterior tal como se bosqueja en la figura 3.6 (ref. 3).

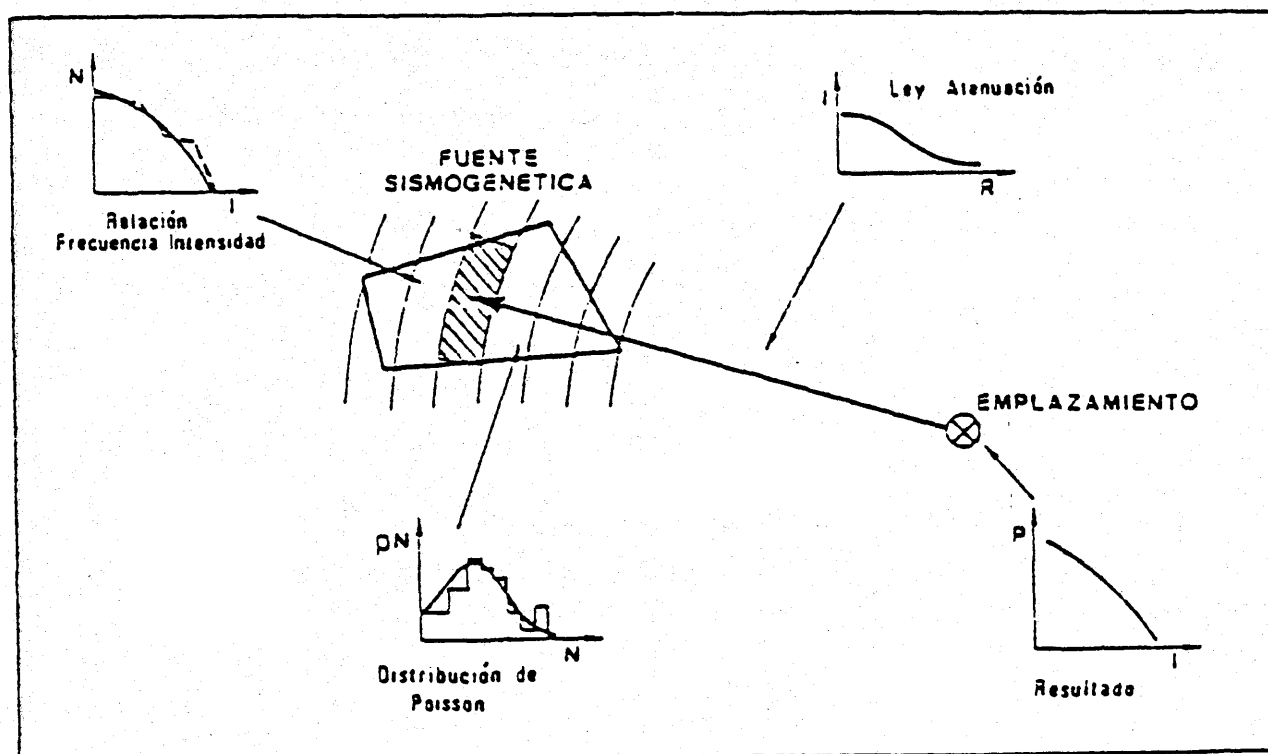


Figura 3.6

Con ello se responde a la pregunta básica de la peligrosidad sísmica. Además, puesto que λ es la tasa media anual de sismos sentidos con aceleración igual o mayor que "a", el período de retorno (definido por Gumbel como el inverso de la probabilidad anual) es

$$T_a = \frac{1}{\text{Prob}(A_{\max}^{am} > a)} = \frac{1}{\lambda} \quad (3.22)$$

Se puede así presentar los resultados en función de períodos de retorno prefijados o, al revés, estimar el período de retorno correspondiente a una cierta aceleración.

Con ello se posibilita la construcción de un mapa de isolíneas de aceleración o intensidad con una probabilidad anual de presentación dada aproximadamente por λ .

Como se indicará más adelante, la Norma española ha escogido un período de retorno de 500 años con la que

$$\lambda = \lambda_p = 2 \text{ por mil} \quad (3.23)$$

y los valores numéricos de la aceleración sísmica básico corresponden a una probabilidad anual de presentación de 0,002 y a una duración o vida útil de 50 años.

3.3 EL MAPA ESPAÑOL

El mapa de la Norma española ha sido realizado por el Instituto Geográfico Nacional y los conceptos subyacentes han sido explicados por A. Martín en diferentes publicaciones (ref. 7, 8).

Aunque existe la posibilidad de mapas deterministas, como el de aceleraciones máximas sentidas (figura 3.7), el método utilizado para la Norma es el probabilista zonificado expuesto anteriormente, evaluando la peligrosidad en intensidades M.S.K. pero transformándola en aceleraciones mediante la ley

$$\lg_{10} a = 0,3 I_{MSK} - 0,23 \quad (3.24)$$

La elección de las intensidades es debida a la práctica histórica, reflejada en el catálogo de terremotos e isosistas que permita disponer de un gran número de datos en oposición a lo que sucede en las magnitudes. Estos datos en intensidad han debido ser reelaborados dada la multiplicidad de escalas utilizadas a lo largo de la historia.

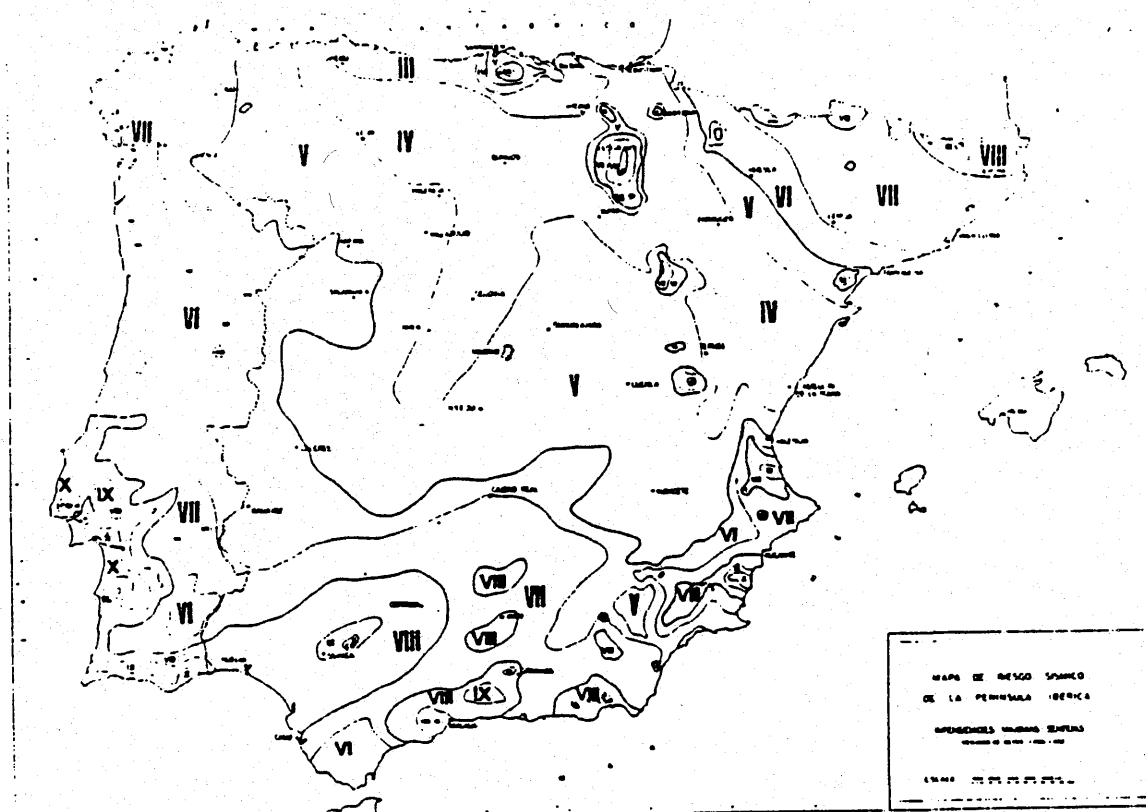


Figura 3.7

La organización del estudio sigue los pasos expuestos más arriba expresados en la figura 3.8 (ref. 8)

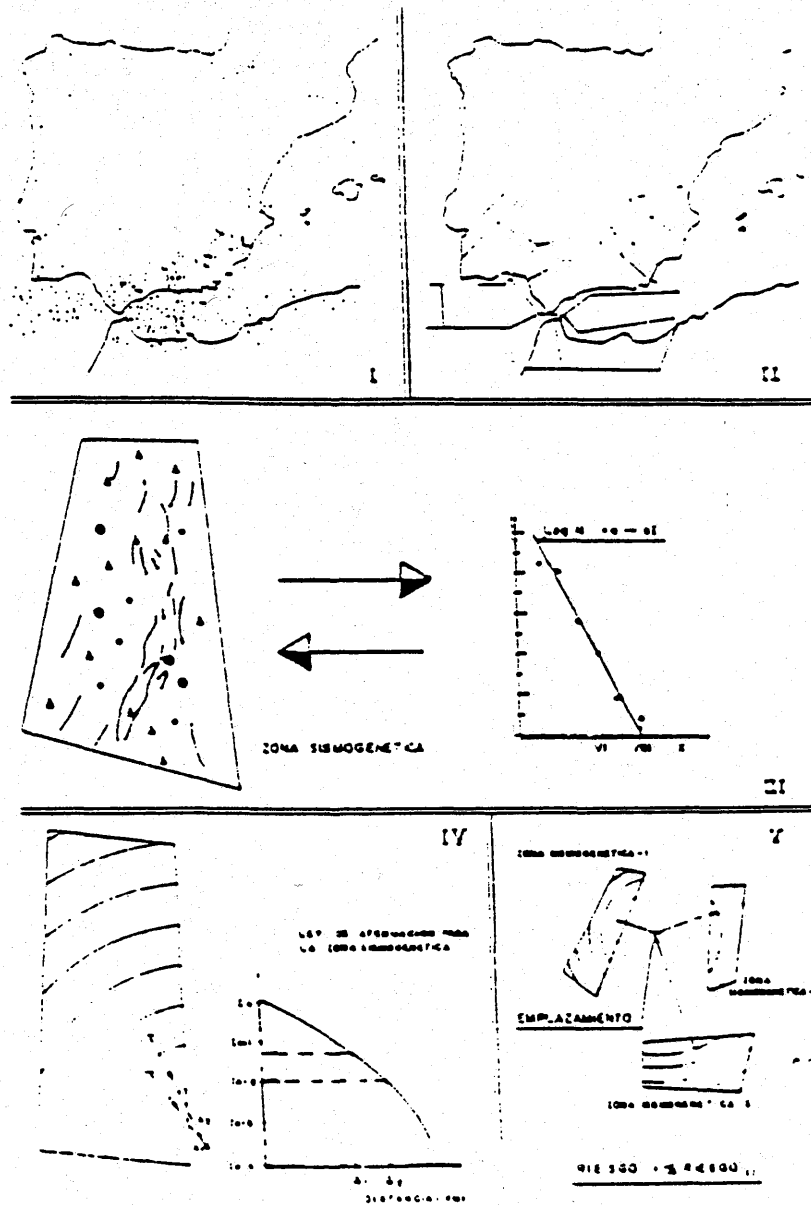


Figura 3.8

La zonificación utilizada se observa en la figura 3.9

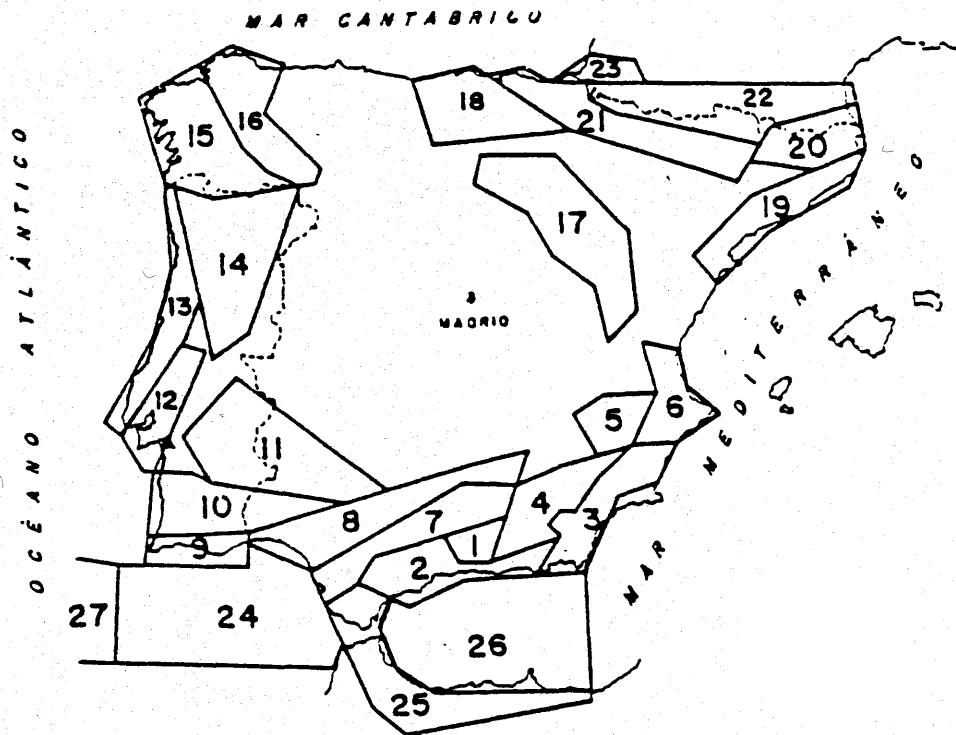


Figura 3.9

que debe compararse con la 3.1 a efectos de ponderar el carácter subjetivo de algunos límites. En ocasiones el tamaño ha debido ser escogido de modo que tuviese un número suficiente de terremotos para permitir la determinación estadística de los parámetros de la fuente (intensidades máxima y mínima, parámetros a y b de frecuencia, tasa de actividad, etc.) aunque en general han predominado los criterios tectónicos y geológicos en su fijación.

La figura 3.10 tomada de la referencia 7, indica las características para la zona I organizada alrededor de Granada.

El cálculo de las leyes de atenuación se ha basado en el tratamiento de las isosistas de unos 30 terremotos y en el trabajo de diferentes investigadores (Mezcua y Martínez Solares, D. Muñoz, A. Martín, Ibáñez et al, etc.). La figura 3.11 recoge una comparación de las ofrecidas por Muñoz y Martín, siendo las seis propuestas por éste último las que han sido utilizadas por la Norma.

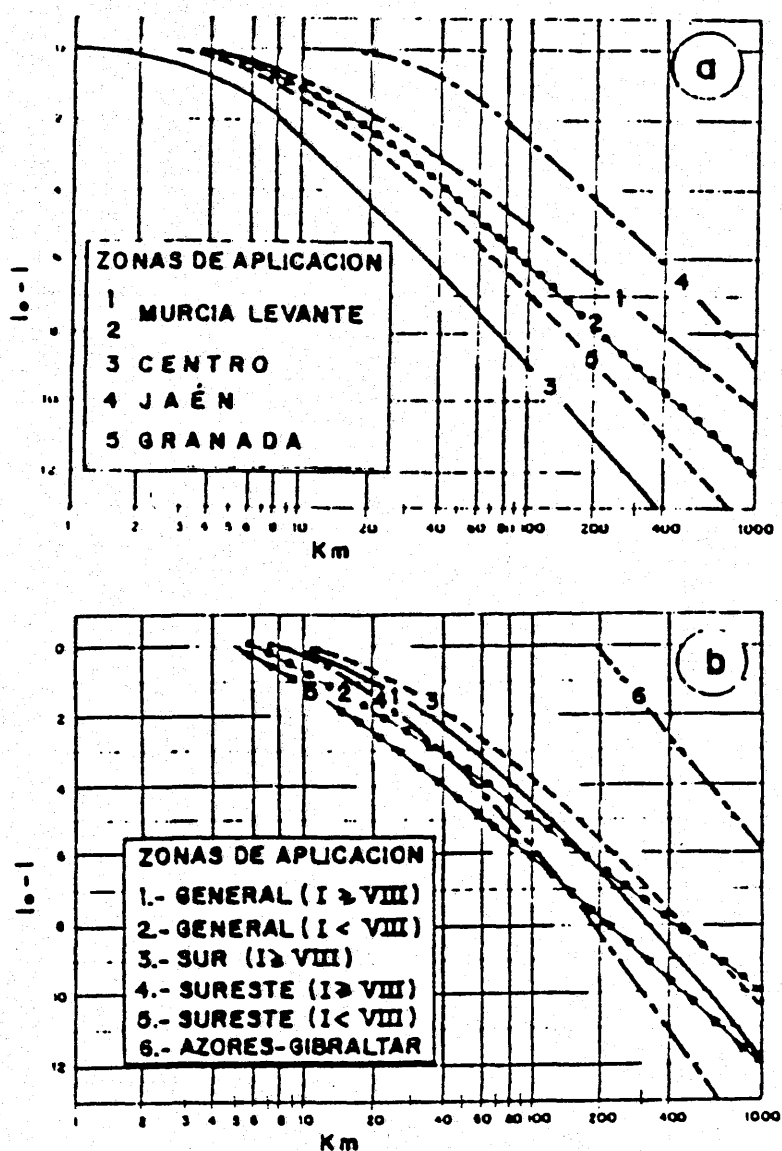


Figura 3.11

ZONA :	SUPERFICIE (km ²) :	CURVA DE ATENUACION:						
DATOS DE MAGNITUD								
PERIODO 1.930 - 1.980	Mmin = . . .	Mmax = . . .	β = . . .	TASA = . . .				
DATOS DE INTENSIDAD								
PERIODO 1.915 - 1.980	Imin = . . .	Imax = . . .	β = . . .	TASA = . . .				
PERIODO 1.380 - 1.980	Imin = . . .	Imax = . . .	β = . . .	TASA = . . .				
DISTRIBUCION TEMPORAL DE INTENSIDADES								
PERIODO		X	IX	VIII	VII	VI	V	IV
1.380	1.404							
1.405	1.429							
1.430	1.454							
1.455	1.479							
1.480	1.504							
1.505	1.529							
1.530	1.554							
1.555	1.579							
1.580	1.604							
1.605	1.629							
1.630	1.654							
1.655	1.679							
1.680	1.704							
1.705	1.729							
1.730	1.754							
1.755	1.779							
1.780	1.804							
1.805	1.829							
1.830	1.854							
1.855	1.879							
1.880	1.904							
1.905	1.929							
1.930	1.954							
1.955	1.979							
AÑO DE REFERENCIA								
NÚMERO POSTERIORES								
NÚMERO AÑO								
TASA								

Figura 3.10

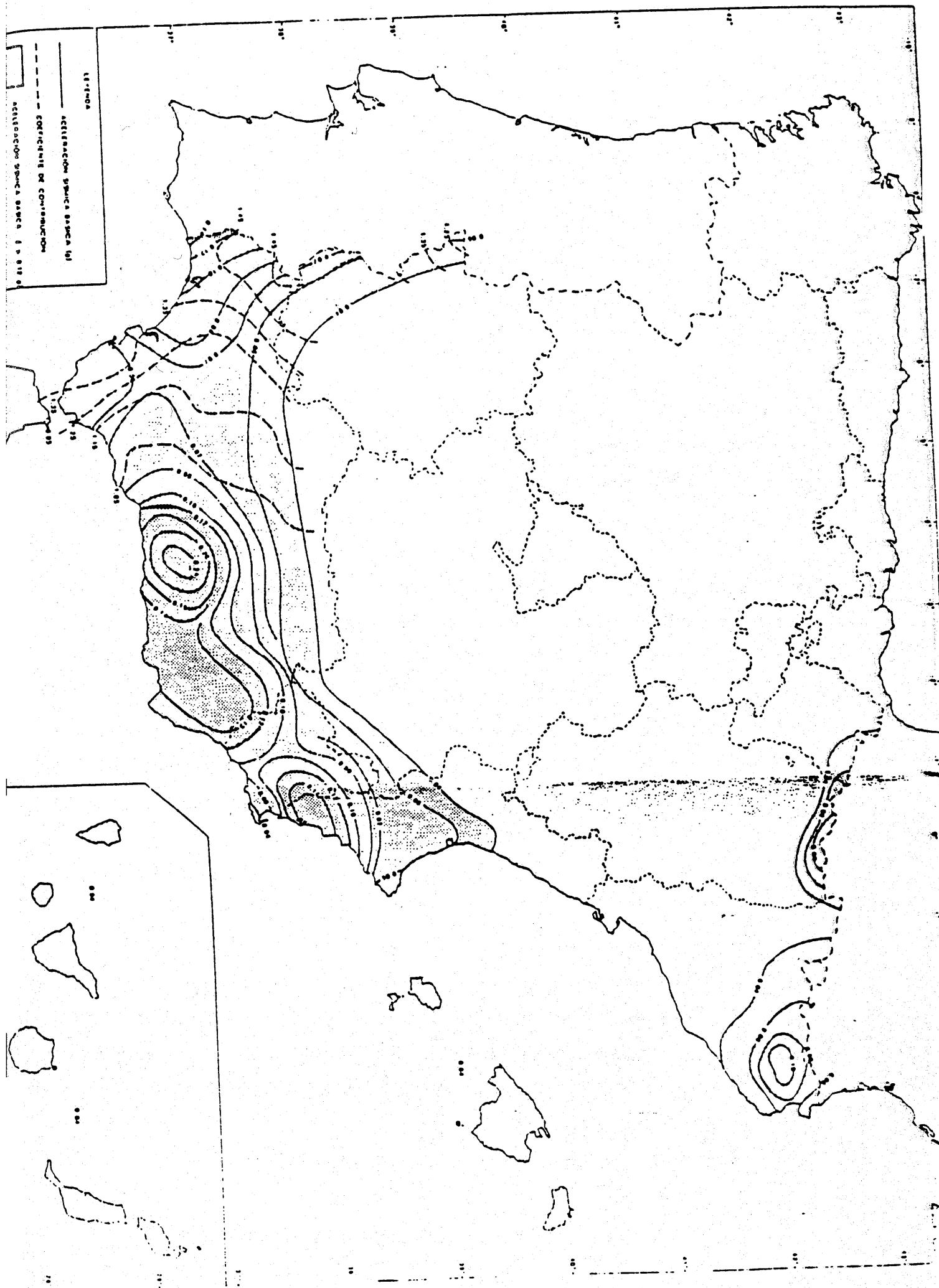


Figura 3.12

La distribución de ocurrencias corresponde a un proceso estacionario de Poisson cuya validez Martín (ref. 8) estima puede ser admitida en períodos de hasta 600 años.

Toda la información ha sido tratada con el programa EQRISK modificado, de acuerdo con la filosofía general de Cornell (ref. 11) que se ha expuesto más arriba.

La peligrosidad sísmica viene dada (figura 3.12) mediante un mapa de *aceleraciones sísmicas básicas* que, según se indicó más arriba, han sido obtenidas transformando las intensidades calculadas por el procedimiento anterior, mediante la fórmula (3.24).

Según se advierte "la aceleración sísmica básica debe entenderse como una aceleración efectiva, válida para el cálculo... y no debe identificarse con la aceleración pico del terreno".

En cualquier caso, los valores corresponden a una probabilidad anual de presentación del 2%. y aun intervalo t de 50 años.

3.4 MANEJO DE LOS DATOS DEL MAPA

Sabiendo que la organización del mapa representa las aceleraciones máximas esperables en un período de vida de la estructura de 50 años, y con una probabilidad anual de presentación del 2%, es posible calcular la peligrosidad sísmica (probabilidad de que en 50 años se presente una aceleración de valor superior al básico) aceptada.

En efecto se puede seguir el siguiente razonamiento:

Probabilidad anual de superación: $\lambda_b = 2\%$.

Probabilidad de no superación en un año: $1 - \lambda_b$

Probabilidad de no superación en $t = 50$ años:

$$(1 - \lambda_b)^{50}$$

Probabilidad de superación en $t = 50$ años:

$$1 - (1 - \lambda_b)^{50}$$

Si λ_b es pequeña este valor se aproxima a $t\lambda_b$

Es decir

$$\text{Peligrosidad sísmica aceptada} = 1 - \left(1 - \frac{2}{1000}\right)^{50} \sim 10\%$$

Como se indicará más adelante, esta peligrosidad se considera relacionada con edificaciones ordinarias y para estructuras especiales suele reducirse.

Por otro lado los datos y correlaciones utilizados para la construcción del mapa permiten también obtener probabilidades relacionadas con períodos de retorno distintos del básico de 500 años y con períodos de vida de la estructura diferentes de 50 años.

Para el primer caso basta admitir la relación (3.15) entre la probabilidad anual y la aceleración. Escribiéndola para los valores básicos λ_b y elegido λ se obtiene

$$\frac{\lambda}{\lambda_b} = \left(\frac{a_b}{a}\right)^k \quad (3.25)$$

donde la Norma acepta un valor $k = 2,7$.

Si se utilizan los períodos de retorno esta relación implica

$$\frac{T}{T_b} = \left(\frac{a}{a_b} \right)^k \quad (3.26)$$

Es decir, se obtiene una fórmula que indica el período de retorno correspondiente a una aceleración distinta de la básica en el emplazamiento

$$T = 500 \left(\frac{a}{a_b} \right)^{2,7} \quad (3.27)$$

Se puede responder así cuestiones como la probabilidad de presentación de un terremoto del 20 % g en un emplazamiento con una aceleración básica del 15% de g.

El período de retorno sería en este caso

$$T = 500 \left(\frac{20}{15} \right)^{2,7} = 1087 \text{ años}$$

y, por tanto, la probabilidad anual de obtener valores superiores al 20% es

$$\lambda = \frac{1}{T} = 9,2 \cdot 10^{-4}$$

La peligrosidad en 50 años de vida sería pues

$$\text{Peligrosidad} = \lambda t = 50 \cdot 9,2 \cdot 10^{-4} = 4,6\%$$

Se puede ligar también estos factores a la intensidad MSK en el emplazamiento. El resultado es (ejercicio 3.6),

$$I = 3,222 \lg a_b - 1,229 \lg \lambda - 2,56 \quad (3.28)$$

relación que proporciona la peligrosidad sísmica en intensidades asociadas a un nivel λ de probabilidad anual de superación.

La figura 3.13 recoge las curvas (λ, I) correspondientes a diferentes valores de a_b .

Otro problema de interés surge cuando se desea calcular la aceleración del suelo para un período de vida t distinto de los 50 años especificados en la Norma. Por ejemplo, puede desearse calcular el nivel de aceleración esperable durante el período de construcción de la estructura de modo que el nivel de riesgo sea el mismo que corre en los 50 años reglamentarios.

La condición de igualdad de probabilidad es

$$1 - (1-\lambda)^t = 1 - (1-\lambda)^{50} \quad (3.29)$$

$$1 - \lambda = (1-\lambda)^{\frac{50}{t}} \sim 1 - \frac{50}{t} \lambda_b$$

Es decir

$$\frac{\lambda(a)}{\lambda_b} = \frac{50}{t} \quad (3.30)$$

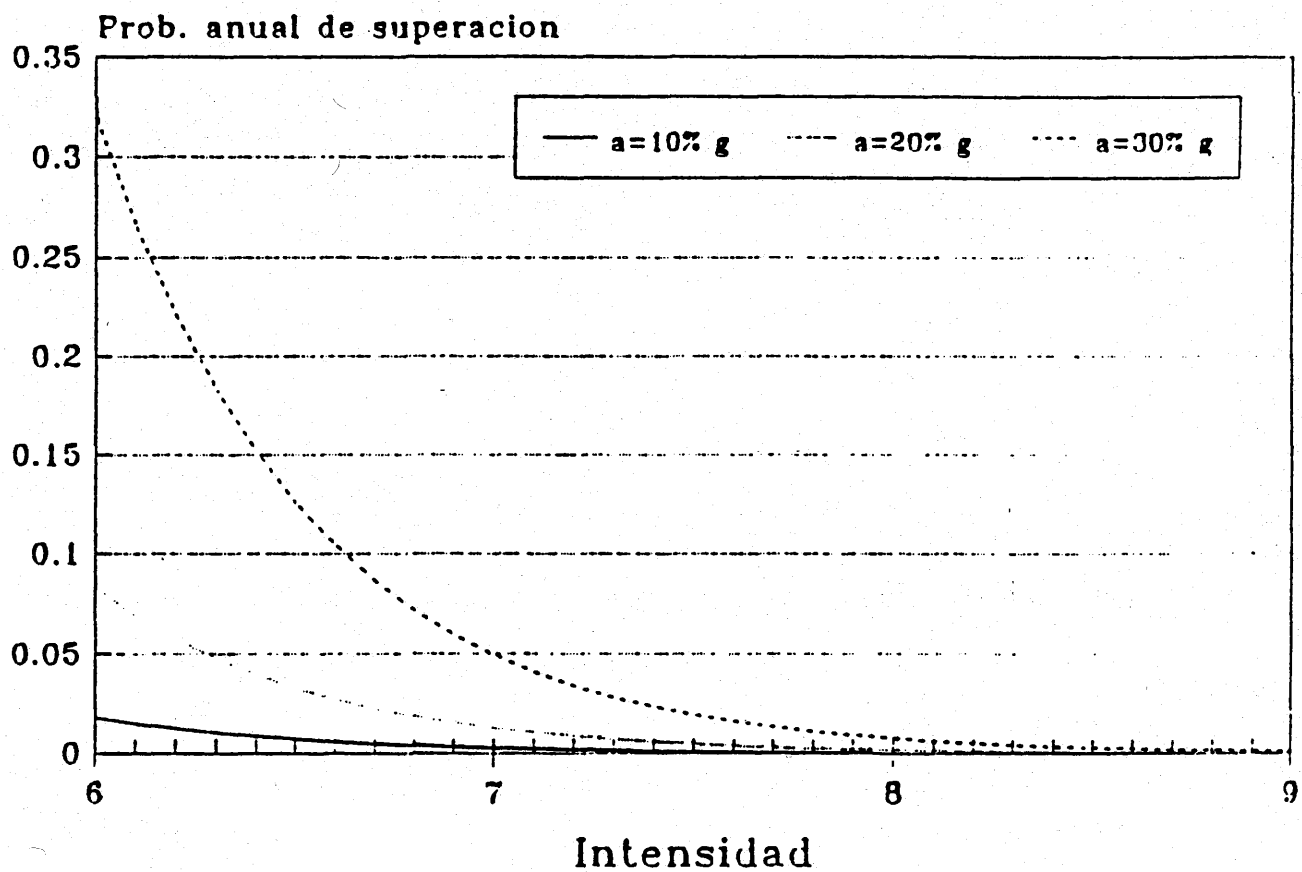


Figura 3.13

Utilizando la relación (3.25) se obtiene así

$$\left(\frac{a_b}{a}\right)^{2.7} = \frac{50}{t} \quad (3.31)$$

o lo que es igual

$$a = \left(\frac{t}{50} \right)^{0.37} a_b \quad (3.32)$$

Por ejemplo, para una duración de 20 años la aceleración de cálculo sería tan solo

$$a_{20} = a_b \cdot 0.71 \quad (3.33)$$

3.5 VULNERABILIDAD

Según se ha indicado más arriba el riesgo se obtiene como combinación de la gravedad de la sollicitación y de la respuesta de la estructura.

En este apartado se hacen algunas indicaciones sobre el cálculo de la probabilidad de que la respuesta de una estructura sea un cierto estado R (vg.: dañada o no) condicionada a que se haya producido la sollicitación sísmica de nivel a; es decir,

$$Prob(R | A=a) \quad (3.34)$$

En este caso la probabilidad conjunta sería

$$Prob(R) = \int Prob(R | A=a) f_A(a) da \quad (3.35)$$

Para introducir el tema se comienza considerando que los estados de la respuesta sólo pueden ser dos; intacta R_0 , o dañada R_1 y que, además el daño se produce cuando se alcanza un nivel de aceleración a.

El objetivo consiste en determinar el nivel de esa *aceleración de cálculo* conociendo la probabilidad de daño P_d admisible durante la vida de la estructura.

Es claro que

$$Prob (Daño) = Prob (A > a_c) = 1 - F_A(a) \quad (3.36)$$

o según 3.20

$$Prob (Daño) \sim \lambda t \quad (3.37)$$

Si se impone la condición

$$Prob (Daño) \leq P_d \quad (3.38)$$

se obtiene

$$\lambda \leq \frac{P_d}{t}$$

que, combinada con (3.15) conduce a

$$\left(\frac{\alpha}{a_c^k} \right) \leq \left(\frac{P_d}{t} \right)$$

es decir

$$P_d \geq \alpha t a_c^{-k} \quad (3.39)$$

o bien

$$a_c \geq \left(\frac{\alpha t}{P_d} \right)^{\frac{1}{k}} \quad (3.40)$$

La expresión anterior puede aplicarse al caso de unos valores del mapa sin más que observar que

$$\alpha = \lambda_b a_b^k \quad (3.41)$$

y por tanto

$$\left(\frac{a_c}{a_b} \right) = \left(\frac{1}{P_d} \cdot \frac{t}{T_b} \right)^{\frac{1}{k}} \quad (3.42)$$

En la Norma española este cociente es llamada "cociente de riesgo ρ " y su valor congruente con el mapa es

$$\rho = \frac{a_c}{a_b} = \left(\frac{1}{P_d} \cdot \frac{t}{500} \right)^{0.37} \quad (3.43)$$

Obsérvese que (3.43) es una generalización de (3.32), y permite ajustar la probabilidad de daño según el tipo de estructura. Así en las construcciones de especial importancia (como grandes presas) la probabilidad de daño no debe superar el 5 % y en instalaciones extremadamente peligrosas, como centrales nucleares, se habla de un 5%.

El procedimiento anterior se puede generalizar al caso en que exista una relación funcional entre daños y aceleración del tipo (Cornell 1971):

$$\begin{aligned} D &= g(A) \\ \frac{dg}{dA} &> 0, \quad \forall a \end{aligned} \quad (3.44)$$

En este caso

$$Prob (D_{\max} \leq d) = Prob (A_{\max} \leq g^{-1}(d)) = F_{A_{\max}}(g^{-1}(d)) \quad (3.45)$$

La probabilidad del estado dañado R_1 es, según (3.35)

$$Prob (R_1) = \int F_A [g^{-1}(d)] f_A da \quad (3.46)$$

La aplicación al caso lineal puede verse en el ejercicio (3.7) y se observa que la probabilidad estado R_1 dañado es el producto de un coeficiente por un valor semejante al (3.39).

Este coeficiente marca el tamaño de variación posible entre el estado sin daño y el daño total. Si se toma por ejemplo $\mu = 2,5$, se obtiene

$$\frac{1 - (\frac{1}{\mu})}{(k-1) - 1} = \frac{1 - (\frac{1}{2,5})^{1,7}}{1,7 \cdot 1,5} = 0,3$$

Es decir, se tendría una reducción al 30 % de la aceleración de cálculo determinada por la ecuación (3.45).

Si se supone que la relación funcional entre daño y aceleración no es determinista se precisa conocer la respuesta de la estructura utilizando la teoría de vibraciones aleatorias. El tema está expuesto con gran maestría en la referencia 14.

Por otro lado, la existencia de tan sólo dos estados (con daño y sin daño) de la estructura es una gran simplificación. En general para cada intensidad sísmica A_j existe una distribución de probabilidad $P (R_i | A_j)$ de un estado de daño R_i .

Si se llama *vulnerabilidad* de una estructura al grado de daño que resulta tras la aparición de un movimiento de tamaño dado es posible definir curvas de vulnerabilidad como las de la figura 3.14 correspondientes a estructuras aporticadas de hormigón armado en Bucarest (ref. 15) tras el terremoto de Marzo de 1977.

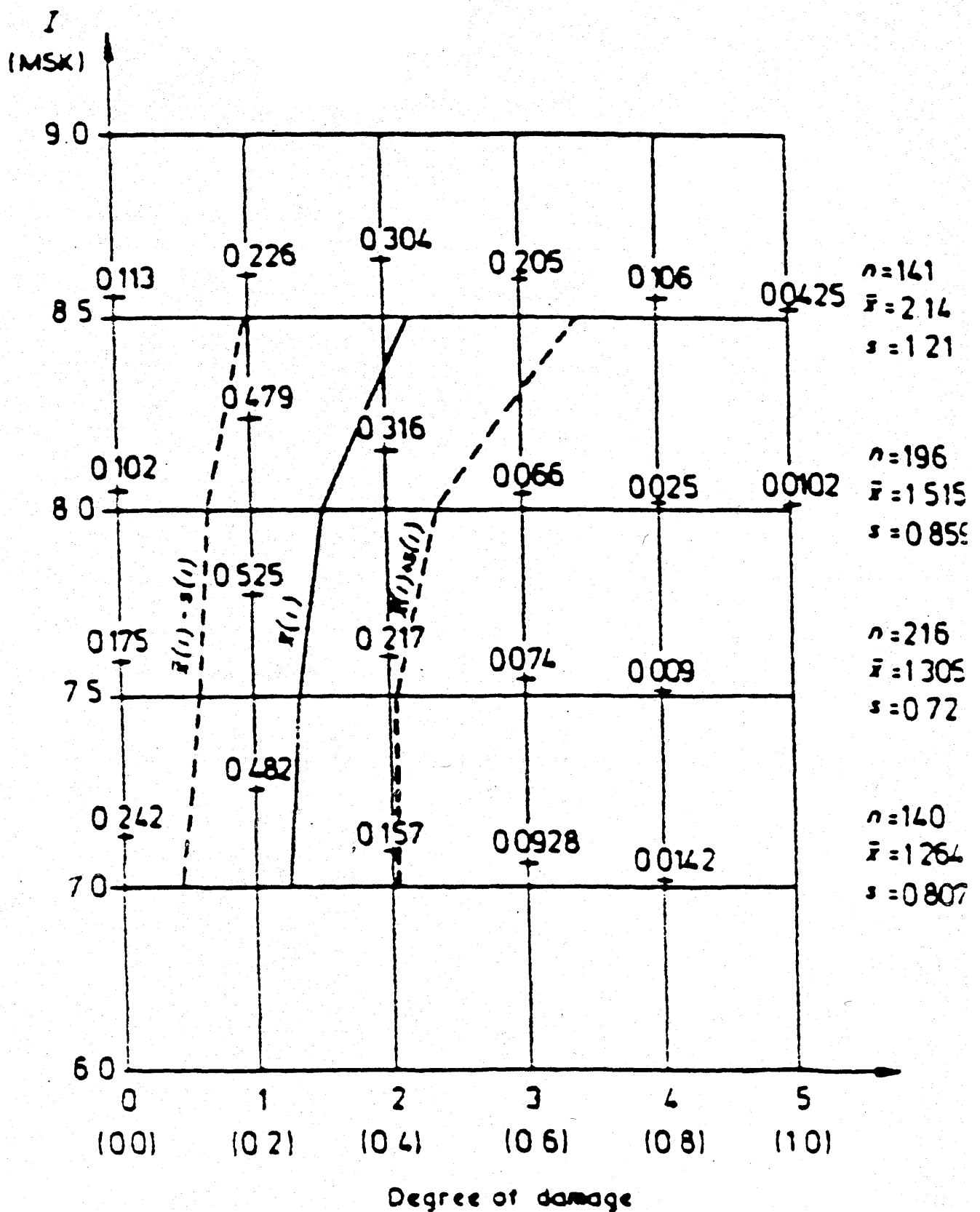


Figura 3.14

Como puede observarse, a cada intensidad MSK le corresponde una distribución de probabilidad para diferentes grados de daño. La escala de éste se establece de acuerdo con los criterios cualitativos de la tabla 3.1.

Tabla 3.1
Niveles de daño para estructuras
aportricadas de hormigón armado

Columnas		Vigas		Fábrica de relleno	
No afectada	0	No afectada	0	No afectada	0
Fisuradas	2	Ligeramente afectada	1	Fisuras en contorno	0
Muy Fisuradas	4	Fisuradas	2	Fisurado	1,5
Hormigón aplastado	4	Muy Fisuradas	3	Muy fisurado	2
Armadura aplastada	4	Fallo	4	Dislocación	2,5
				Colapso	3

La técnica es semejante a la de matrices de probabilidad de Whitman et al (1975).

Una clasificación interesante con aplicación de un sistema experto puede verse en la referencia 17.

Si se conoce la función de distribución intensidad (fig. 3.14) es posible obtener la probabilidad P_D de un grado de daño D para cada intensidad I en el emplazamiento.

Si P_I es la probabilidad anual de que ocurra un movimiento de intensidad I , la probabilidad anual P_D del daño d para todas las intensidades es

$$P_D = \sum_{I=0}^{I=I_{\max}} P_I P_{Id} \quad (3.47)$$

El ejercicio 3.8 presenta el cálculo para el precitado terremoto de Bucarest (ref. 15).

3.6 CRITERIOS DE DECISION

Con objeto de ayudar en la toma de decisiones los planteamientos de peligrosidad y vulnerabilidad se combinan con los de coste, tanto a efectos de establecer normativa como para analizar los resultados de un sismo.

La figura (3.15) recoge el esquema operativo propuesto en la ref. 3.10 para establecer el llamada Análisis de decisiones para el proyecto sísmico.

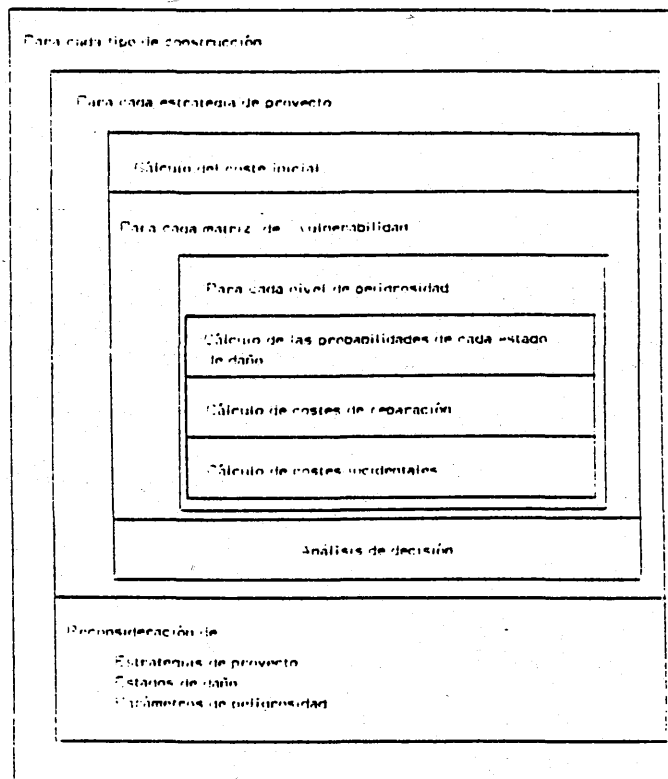


Figura 3.15

En principio se fijan unas tipologías a las que se aplica el estudio. La ref. 15, por ejemplo, indica que se tomaron 5 categorías para el terremoto de Rumanía del 4 de Marzo de 1977.

- C1 Construcciones de adobe o muy baja calidad.
- C2 Edificios con muros de carga de ladrillo y forjados de flexibles.
- C3 Edificios con muros de carga de ladrillo y forjados de hormigón.
- C4 Estructuras aporticadas de hormigón armado.
- C5 Estructuras con muros de carga de hormigón armado.

En ocasiones el detalle puede ser mayor e introducir conceptos como ductilidad, tipos de unión, etc.

En el caso del proyecto, al hablar de estrategia se establecen los niveles fijados en la norma que se utilice: zona de riesgo, deformación permisible, ductilidad, etc.

Evidentemente cada requisito adicional influye sobre el coste inicial de la construcción. Un ejemplo clásico es el de la figura (3.16) tomada de la precitada referencia que recoge los incrementos de coste que supone proyectar un edificio para un cierto nivel sísmico. En este caso el estudio estaba centrado sobre la pertinencia de codificar la resistencia sísmica en la costa Este de U.S.A.

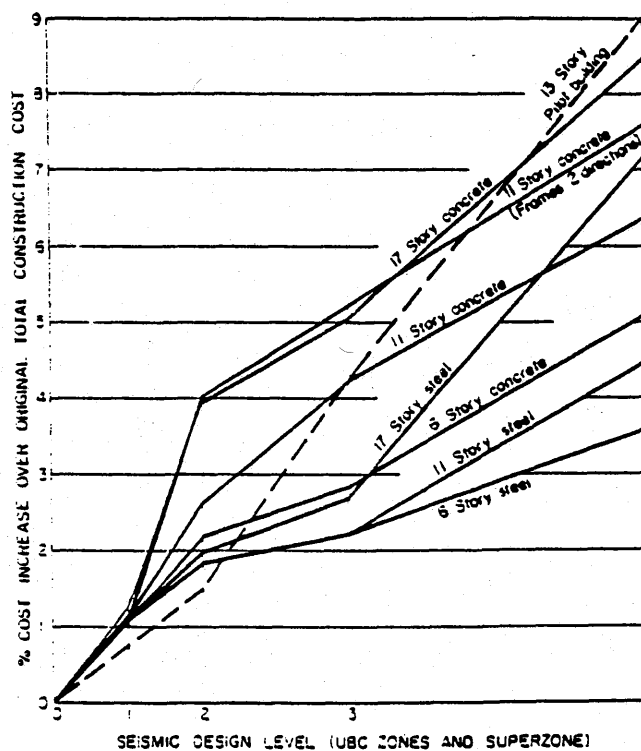


Figura 3.16

Para cada matriz de vulnerabilidad se establecen las operaciones indicadas en los apartados anteriores lo que permite calcular las probabilidades de cada nivel de daño.

Se precisa ahora una correspondencia entre aquéllos niveles y la pérdida económica que generalmente se denomina *pérdida específica* ya que se expresa como la proporción del coste de reaparación al valor estimado del coste de reconstrucción.

Dado el nivel cualitativo que se maneja la mayoría de las veces en general se supone que la pérdida específica es proporcional al grado dañado. Por ejemplo, la precitada referencia 3 indica la siguiente correspondencia

Nivel de daño	Pérdida específica (%)
1	4
2	16
3	36
4	64
5	100

Conociendo esta correspondencia y las probabilidades P_d se puede establecer el *riesgo específico*, (expresado por ejemplo como pérdida anual específica) y con ello intentar decidir sobre la cuestión planteada (ejercicio 3).

En ocasiones se pueden valorar igualmente los *costes incidentales* entre los que se colocan aquellas pérdidas no contempladas en los costes de reparación.

Se pueden incluir aquí los daños al contenido de la construcción, el coste provocado por la falta de uso de la instalación al quedar fuera de servicio, los muertos, accidentes, asistencia a víctimas, coste de los rescates, impacto ambiental, etc.

Estos efectos pueden valorarse económicamente y encuadrarse dentro de la filosofía tradicional de coste generalizado o bien combinarse con los factores económicos dentro de una teoría de decisión con atributos múltiples. Con ello

se pueden incluir en la toma de decisiones aspectos como el riesgo de muerte, voluntario o involuntario, factores de oportunidad política o social, etc.

Algunas ideas complementarias pueden verse en la referencia 2.18.

3.7 EJERCICIOS

EJERCICIO 3.1

Un emplazamiento se encuentra situado a 150 Km y 60 Km respectivamente de dos fallas de rumbo con buzamiento vertical. Se desea obtener valores de la velocidad y aceleración del suelo compatibles con la hipótesis de una intensidad 7,5 en el emplazamiento (Esteve y Cornell 1970) y profundidades focales respectivas de 50 Km y 20 Km.

Usando la relación de Neumann

$$I = \frac{\lg 14v}{\lg 2} \quad v \text{ en } \frac{\text{cm}}{\text{seg}}$$
$$v = \frac{2^I}{14} = \frac{2^{7,5}}{14} \sim 13 \frac{\text{cm}}{\text{seg}}$$

Si se supone que los terremotos se producen en el punto más próximo

$$R_1 = \sqrt{150^2 + 50^2} = 158 \text{ Km}$$
$$R_2 = \sqrt{60^2 + 20^2} = 63 \text{ Km}$$

La magnitud necesaria para provocar una velocidad de 13 cm/seg a esas distancias se obtiene de

$$v = 16 e^M R^{-1,7}; \quad M = \ln\left(\frac{vR^{1,7}}{16}\right)$$
$$M_1 = \ln\left(\frac{13 \cdot 158^{1,7}}{16}\right) = 8,4$$
$$M_2 = \ln\left(\frac{13 \cdot 63^{1,7}}{16}\right) = 6,84$$

y las aceleraciones causadas por cada una de ellas se obtienen de

$$a = 2000 e^{0.8M} R^{-2}$$

$$a_1 = \frac{2000 e^{0.8 \cdot 8.4}}{158^2} = 66,4 \frac{cm}{seg^2} \sim 7\% g$$

$$a_2 = \frac{2000 e^{0.8 \cdot 6.84}}{63^2} = 119,48 \frac{cm}{seg^2} \sim 12\% g$$

Por consiguiente, para definir el contenido de frecuencias en el emplazamiento (cap. 4) se utilizaran los valores

$$v = 13 \frac{cm}{seg}$$

$$a = 12\% g$$

EJERCICIO 3.2

Demostrar que la ley de Gutenberg y Richter

$$Lg_{10} N = a - bM$$

con un límite inferior m_0 para las magnitudes implica una función de distribución

$$F_N(m) = 1 - e^{-\beta(m-m_0)}$$

$$\beta = b \ln 10$$

Sea N el número de terremotos con magnitud superior a m y N' el número de terremotos con magnitud mayor de m_0 . Si éste es un límite inferior

$$Prob(M > m) = \frac{N}{N'}$$

Pero según la ley de Gutenberg y Richter

$$\lg_{10} \left(\frac{N}{N'} \right) = -b(m-m_0)$$

Así pues,

$$\frac{N}{N'} = 10^{-b(m-m_0)}$$

$$\ln\left(\frac{N}{N'}\right) = -(b \ln 10)(m-m_0) = -\beta(m-m_0)$$

Con ello

$$Prob(M > m) = e^{-\beta(m-m_0)}$$

y por tanto

$$F_M(m) = Prob(M \leq m) = 1 - e^{-\beta(m-m_0)}$$

EJERCICIO 3.3

Obtener

$$E[\tilde{X}_s^q] \text{ donde } \tilde{X}_s$$

es la variable aleatoria correspondiente a la aceleración del suelo y q un entero, utilizando la ley de atenuación

$$\tilde{X}_s = b_1 e^{b_2 M} R^{-b_1}$$

y suponiendo M y R estadísticamente independientes.

Aplicando el operador esperanza

$$E[\tilde{X}_s^q] = b_1^q E[e^{qb_2 M}] E[R^{-qb_1}]$$

$$E[e^{qb_2 M}] = \int_{m_0}^{\infty} e^{qb_2 m} f_M(m) dm$$

Utilizando el resultado del ejercicio 3.2

$$f_M(m) = \beta e^{-\beta(m-m_0)}$$

$$E[e^{qb_2 M}] = e^{\beta m_0} \int_{m_0}^{\infty} e^{(qb_2 - \beta)m} dm = \beta e^{\beta m_0} \int_{m_0}^{\infty} e^{-(\beta - qb_2)m} dm$$

$$E[e^{qb_2 M}] = -\frac{\beta e^{\beta m_0}}{\beta - qb_2} e^{-(\beta - qb_2)m} \Big|_{m_0}^{\infty} = \frac{\beta e^{\beta m_0}}{\beta - qb_2} e^{-\beta m_0 + qb_2 m_0}$$

Así pues

$$E[\tilde{X}_s^q] = \frac{b_1^q \beta}{\beta - qb_2} e^{qb_2 m_0} E[R^{-qb_1}] \quad (q < \frac{\beta}{b_2})$$

EJERCICIO 3.4

Obtener la

$$Prob[\tilde{X}_s > a] \text{ donde } \tilde{X}_s$$

es la variable aleatoria correspondiente a la aceleración del suelo, utilizando la ley de atenuación definida en el ejercicio anterior.

Según el teorema de la probabilidad total

$$Prob[\vec{X}_s > a] = \int Prob[\vec{X}_s > a \mid R=r] f_R(r) dr$$

Pero en este caso

$$Prob[\vec{X}_s > a \mid R=r] = Prob[M > m \mid R=r] = e^{-\beta(m-m_0)}$$

Despejando en la ley de atenuación

$$\frac{ar^{b_1}}{b_1} = e^{b_2 m}$$

$$-\beta m = -\left(\frac{\beta}{b_2}\right) \ln\left(\frac{ar^{b_1}}{b_1}\right) = \ln\left[\frac{ar^{b_1}}{b_1}\right]^{-\frac{\beta}{b_2}}$$

$$e^{-\beta m} = \left[\frac{a}{b_1}\right]^{-\frac{\beta}{b_2}} [r^{(-b_1 \frac{\beta}{b_2})}]$$

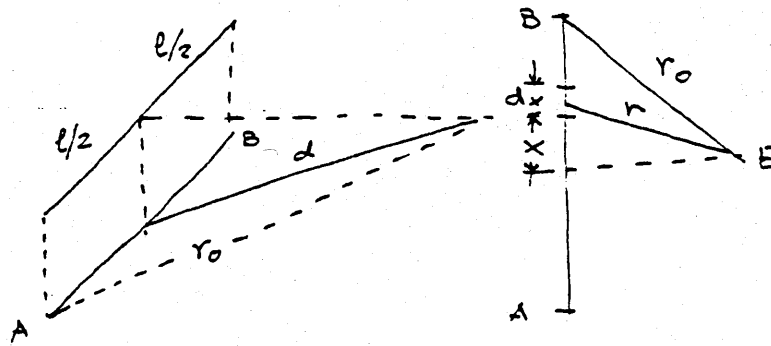
$$Prob[\vec{X}_s > a] = e^{\beta m_0} \left[\frac{a}{b_1}\right]^{-\frac{\beta}{b_2}} \int [r^{(-\frac{\beta b_1}{b_2})}] f_R(r) dr$$

es decir

$$Prob[\vec{X}_s > a] = e^{\beta m_0} \left[\frac{a}{b_1}\right]^{-\frac{\beta}{b_2}} E[R^{-\frac{\beta b_1}{b_2}}]$$

EJERCICIO 3.5

Sea una fuente sismogénica de longitud l y a profundidad h . La distancia del emplazamiento es Δ y se encuentra situado simétricamente respecto a la fuente. Obtener



Según las condiciones geométricas del problema

$$\begin{aligned} d &= \sqrt{h^2 + \Delta^2} \\ r &= \sqrt{d^2 + x^2} \\ r_0 &= \sqrt{d^2 + \frac{l^2}{4}} \end{aligned}$$

Si se considera que la probabilidad de un terremoto es la misma para cada punto de la falla, la variable X está uniformemente distribuída entre $(-1/2; 1/2)$ y $|X|$ uniformemente entre $(0; 1/2)$

$$F_R(r) = \text{Prob}[R \leq r] = \text{Prob}[|X| \leq \sqrt{r^2 - d^2}] = \frac{\sqrt{r^2 - d^2}}{\frac{l}{2}}$$

Así

$$f_R(r) = \frac{2r}{l\sqrt{r^2 - d^2}}$$

con lo que

$$E\left[R^{\left(\frac{\beta b_1}{b_2}\right)}\right] = \frac{2}{I} \int_d^{r_0} r^{\left(\frac{\beta b_1}{b_2}\right)} \frac{r}{\sqrt{r^2 - d^2}} dr$$

EJERCICIO 3.6

Obtener la relación que liga la intensidad en un emplazamiento con la aceleración básica del mapa y la probabilidad anual de superación.

La fórmula de correlación de la Norma es

$$\lg_{10} a = 0,30 \quad I - 0,2321$$

y la probabilidad anual de superación

$$\lambda = \frac{2}{1000} \left(\frac{a_b}{a}\right)^{2,7}$$

Tomando logaritmos y sustituyendo la primera relación

$$\lg \lambda = \lg\left(\frac{1}{500}\right) + 2,7 (\lg a_b - \lg a)$$

$$\lg \lambda = \lg\left(\frac{1}{500}\right) + 2,7 (\lg a_b - 0,3I + 0,2321)$$

Es decir

$$0,37 \lg \lambda = -1 + \lg a_b - 0,3I + 0,2321$$

o bien

$$0,3I = \lg a_b - 0,37 \lg \lambda - 0,767$$

con lo que finalmente

$$I = 3,222 \lg a_b - 1,229 \lg \lambda - 2,56$$

EJERCICIO 3.7

Obtener la expresión del daño esperado para el caso de una función lineal de daños $d(a/a_c)$ entre la aceleración de proyecto a_c y un múltiplo μa_c de la misma.

Según el teorema de la probabilidad total

$$\begin{aligned} D(a_c) &= \int_0^{\infty} d(a/a_c) f(a) da = \\ &= \frac{1}{(\mu-1)a_c} \left[\int_{a_c}^{\mu a_c} (a-a_c) f(a) da + (\mu-1) a_c \int_{\mu a_c}^{\infty} f(a) da \right] = \\ &= \frac{1}{(\mu-1)a_c} \left[\int_{a_c}^{\mu a_c} a f(a) da - a_c \int_{a_c}^{\mu a_c} f(a) da - a_c \int_{\mu a_c}^{\infty} f(a) da + a_c \int_{\mu a_c}^{\infty} f(a) da \right] = \\ &= \frac{1}{(\mu-1)a_c} \left[\int_{a_c}^{\mu a_c} a f(a) da - a_c [1 - F(a_c)] + \mu a_c [1 - F(\mu a_c)] \right] \end{aligned}$$

Integrando por partes el primer sumando

$$\int_{a_c}^{\mu a_c} a f(a) da = a F(a) \Big|_{a_c}^{\mu a_c} - \int_{a_c}^{\mu a_c} F(a) da = a_c [\mu F(\mu a_c) - F(a_c)]$$

y reordenando la anterior y simplificando

$$D(a_c) = \frac{1}{(\mu-1)a_c} \left[- \int_{a_c}^{\mu a_c} F(a) da + a_c(\mu-1) \right]$$

Pero la función de distribución de las aceleraciones

$$F(a) = e^{-\lambda_c} - 1 - \lambda_c = 1 - \frac{\alpha_c}{a^k}$$

$$\int_{a_c}^{\mu a_c} \left(\frac{1-\alpha_c}{a^k} \right) da = -(\mu-1)a_c + \alpha_c \int_{a_c}^{\mu a_c} a^{-k} da$$

Es decir

$$D(a_c) = \frac{t\alpha}{(\mu-1)a_c(1-k)} a_c^{1-k} \Big|_{a_c}^{\mu a_c} = \left[\frac{1-\mu^{1-k}}{(\mu-1)(k-1)} \right] \alpha t a_c^{-k}$$

EJERCICIO 3.8

Suponiendo que las probabilidades anuales de las intensidades MSK son

I	VII	VII 1/2	VIII	VIII 1/2
P_I	0,022	0,013	0,009	0,005

y las curvas de vulnerabilidad las indicadas en la figura 3.14, se pide calcular la probabilidad anual de daño para cada uno de los cinco grados indicados en aquella.

Basta utilizar la fórmula 3.49 para cada grado de daño.

Por ejemplo. Para $I = VII$ y grado 2, se lee $P_{ID} = 0,157$, es decir, el producto parcial

$$P_I P_{ID} = 0,022 \times 0,157 = 0,0035$$

Se forma así la tabla siguiente

I	P_I	$P_I P_{ID}$				
		d = 1	d = 2	d = 3	d = 4	d = 5
VII	0,022	0,0108	0,0035	0,0020	0,0003	-
VII 1/2	0,013	0,0069	0,0028	0,0010	0,0001	-
VIII	0,009	0,0039	0,0026	0,0005	0,0002	0,0001
VIII 1/2	0,005	0,0013	0,0017	0,00012	0,00006	0,0002
P_D		0,0229	0,0106	0,0047	0,0012	0,0003

3.8 REFERENCIAS

- 3.1 Bolt B.A.: *"The nature of earthquake ground motion"* en *The seismic design handbook*. Ed. F. Naeim Van Nostrand. 1989.
- 3.2 Hays W.: *"Aspectos fundamentales de la geología y la sismología para la microzonación sísmica"*. En ref. 10. 1989.
- 3.2 Muñoz D.: *"Estudio del riesgo sísmico en el sur y en el sureste de la Península Ibérica"*. Tesis Doctoral. Universidad Complutense de Madrid. 1983.
- 3.3 Instituto Geográfico Nacional: *"El terremoto de Andalucía del 25 de Diciembre de 1884"*. Madrid 1981.
- 3.5 Cornell C.A.: *"Probabilistic Analysis of Damage to structures under seismic loads"*. En *"Dynamic waves in Civil Engineering"*. Ed. Howell et al. Wiley 1971.
- 3.6 McGuire R.K.: *"EQRISK" Evaluation of earthquake risk to site*. U.S. Geological Survey 1976.
- 3.7 A.J. Martín: *"Riesgo sísmico en la Península Ibérica"*. Tesis Doctoral. Universidad Politécnica de Madrid. 1983.
- 3.8 A.J. Martín: *"Problemas relacionados con la evaluación de la peligrosidad sísmica en España"*. En ref. 10, 1989.
- 3.9 J. Mezcua: *"Catálogo general de isosistas de la Península Ibérica"*. Instituto Geográfico Nacional, 1982.
- 3.10 Udias A. y Muñoz D.: *"Movimientos fuertes del suelo y riesgo de terremotos"*. Física de la Tierra n.1, 1989.

- 3.11 Cornell C.A.: "Engineering Seismic Risk Analysis". Bull. Seism. Soc. Am. Vol. 58. N.5. Oct. 1968.
- 3.12 H. Parkus ed.: "Random excitation of structures by earthquakes and atmospheric turbulence". Springer 1977.
- 3.13 J.M. Ibáñez, E. del Pezzo, F. de Miguel, M. Herraiz, G. Alguacil, J. Morales: "Depth-dependent seismic attenuation in the Granda zone". Bull. Seism. Soc. Am. Vol. 80 N. 5. Oct. 1990.
- 3.14 Vanmarcke E.H.: "Seismic Safety Assesment" en "Random excitation of structures by earthquakes and atmospheric turbulence". Ed. H. Parkus. Springer Verlag, 1977.
- 3.15 Fournier d'Albe E.M.: "The assesment of Seismic Risk" en "Seismic Risk Assesment and design of building structures". A. Koridze. Omega Scientific. 1988.
- 3.16 Whitman R. V., Biggs J.M., Brennan J.III, Cornell C.A., De Neufville R. & Vanmarcke E.H.: "Seismic design decision analysis" J. Struct. Div. Proc. ASCE 101 sts 1975.
- 3.17 Yao J. T. P.: "Safety and Reliability of existing structures" Pitman 1985.
- 3.18 Ferry Borges J. & Castanheta M.: "Structural Safety". Laboratorio Nacional de Engenharia Civil, 1985.
- 3.19 Esteva L.: "Seismic Risk and seismic design decisions" en "Seismic design for nuclear power plants". Ed. R. J. Hansen M.I.T. Press, 1970.
- 3.20 Gentil P.: "El riesgo sísmico de Sevilla". Public. Univ. Sevilla 1989.

- 3.21 *Martín Martín, A.J.: "Probabilistic seismic hazard analysis and damage assesment in Anadalucía (Spain)" Tectonophysics 167 (1989) pp. 235-244.*
- 3.22 *Blockley D.: "The nature of structural design and Safety". Ellis Horwood 1980.*
- 3.23 *Madsen H.O., Krenk S., Lind N.C.: "Methods of structural safety". Prentice HALL 1986.*
- 3.24 *Rubinstein M.: "Patterns of problem solving". Prentice Hall 1975.*
- 3.26 *Ossenbruggen P.J.: "System Analysis for civil Engineers". J. Wiley 1984.*

CAPITULO IV

DEFINICION PRACTICA DE LA ACCION

4.1 Introducción

4.2 Tratamiento en el dominio del tiempo. Acelerogramas

4.3 Tratamiento en el dominio de la frecuencia. Espectros.

4.4 Espectro de respuesta elástico

4.4.1 Espectros promediados

4.4.2 Espectros elásticos normalizados utilizados por la Normativa

4.5 Acelerogramas sintéticos y condensados

4.6 Referencias

4.1 INTRODUCCION

En capítulos anteriores se han desarrollado algunas nociones para el enfoque científico a la descripción de la acción sísmica. Desde un punto de vista práctico el constructor está mas interesado en los efectos sobre las estructuras y por ello, con independencia de los orígenes del fenómeno, necesita definir la acción de forma que pueda ser transformada en desplazamientos y esfuerzos sobre la estructura con los métodos habituales de la Mecánica de los medios Continuos.

En este capítulo se van a describir métodos que, además de su aplicabilidad a sismos concretos han permitido la identificación de propiedades globales y, por tanto, la definición de la acción en función de un número limitado de parámetros.

Aunque en un principio la descripción temporal fue la mas usada, se ha observado que el contenido en frecuencias tiene una importancia capital y por ello se presentan sucesivamente ambos enfoques.

Se dedica un apartado especial al concepto de espectro de respuesta elástica ya que está en la base de la mayoría de las recomendaciones de la Normativa y recoge en forma muy sencilla una impresionante cantidad de información.

Finalmente, se realizan breves indicaciones sobre los procedimientos utilizados para generar acelerogramas sintéticos que gocen de algunas de las propiedades globales puestas de manifiesto por las representaciones anteriores. Conviene remarcar que la importancia de los conceptos de densidad espectral o espectro de respuesta, radican no sólo en su capacidad para representar propiedades de un sismo dado sino, a través de su correspondiente normalización y promediación, en la posibilidad de obtener *curvas medias representativas de características generales de los sismos* y susceptibles, por tanto, de ser utilizadas como definición de la acción.

4.2 TRATAMIENTO EN EL TIEMPO

La forma mas inmediata de definir el movimiento sísmico es mediante los registros de aceleraciones horizontales y verticales obtenidos en el emplazamiento. Para que la descripción fuese completa deberían incluirse también los giros, pero los registros disponibles hacen imposible el tratamiento empírico debiendo recurrirse a aproximaciones teóricas que permitan derivarlos de los desplazamientos.

La figura 1.16 recoge los diagramas de aceleraciones, velocidades y desplazamientos horizontales del famoso terremoto de El Centro, uno de los primeros que fue registrado por modernos acelerógrafos cerca del epicentro. Como puede verse, además de un tratamiento estadístico, los datos más significativos son los valores máximos de cada diagrama y la duración del terremoto.

Se han intentado correlaciones de estos parámetros con la intensidad o magnitud del terremoto (capítulo III) aunque presentan una enorme dispersión puede usarse como estimaciones para estudios iniciales. La duración del terremoto suele establecerse de forma convencional; la "duración acotada" consiste en evaluar el tiempo transcurrido entre el primer y último pico del acelerograma que supere el 5% g (Bolt), aunque en otras ocasiones se recurre a la definición de Husid consistente en medir la intensidad en acelerograma

$$I_{acel} = \int a^2 dt \quad (4.1)$$

y seleccionar como duración el intervalo comprendido entre el 5% y el 95% de esta cantidad.

Una cota superior, según Hossner (1965), para la duración es $T = 11,2 M - 53$, siendo M la magnitud.

Se puede observar también la forma general del acelerograma con un

tiempo de subida de las aceleraciones, una etapa más o menos uniforme de sacudidas fuertes y una disminución progresiva de las mismas.

De acuerdo con estas ideas Nigam y Jennings, propusieron unas envolventes definidas en la figura 4.1 que en ocasiones utilizan para modular procesos estacionarios generados en ordenador (ver apartado 4.4).

	CLASS			
	A	B	C	D
MAGNITUDE	5.0	7.0	5.5 6.0	4.5 5.5
TIME KEY POINTS				
t_A	4	4	2	2
t_B	15	15	4	2.5
t_C	80	30	12	3.5
t_D	120	30	0	10
PIECE WELATING FUNCTIONS EQUA- TIONS				
$0 - t_A$	$t^2/16$	$t^2/16$	$t^2/4$	$t^3/8$
$t_A - t_B$	1	1	1	1
$t_B - t_C$	$-0.0357(t-35)$	$-0.0992(t-15)$	$-0.268(t-4)$	$-1.606(t-2.5)$
$t_C - t_D$	$0.05 + 938(120-t)^2 \cdot 10^{-7}$	$0.05 + 0.005(30-t)^2$	/	$0.1 + 0.00237(10-t)^2$

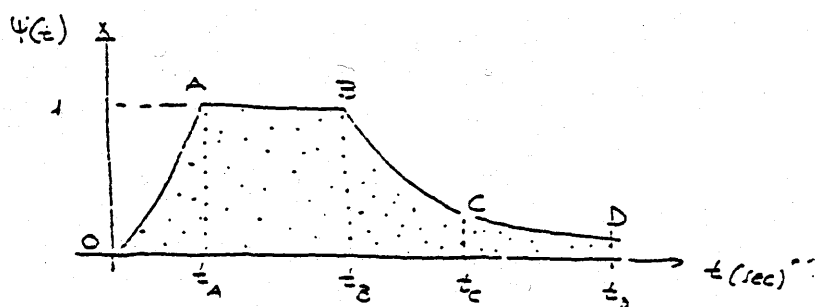


Figura 4.1

En cálculos lineales, la duración del registro no tiene demasiada importancia si se ha conseguido alcanzar el pico de aceleraciones. En cálculos

no lineales, la respuesta de la estructura es generalmente muy sensible a los detalles del acelerograma y por ello se recomienda utilizar varios acelerogramas distintos si los resultados van a ser usados en proyectos reales.

4.3 TRATAMIENTO EN EL DOMINIO DE LA FRECUENCIA

El contenido en frecuencia de los terremotos tiene el mayor interés debido a las posibilidades de resonancia en los modos de vibración de la estructura. El análisis en frecuencia se consigue mediante la transformada de Fourier $A(w)$ del registro de aceleraciones $a(t)$:

$$\begin{aligned} a(t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} A(w) e^{iwt} dw \\ A(w) &= \int_{-\infty}^{\infty} a(t) e^{-iwt} dt \end{aligned} \quad (4.2)$$

(En ocasiones el factor $1/2\pi$ se coloca en la definición de $A(w)$).

En el caso de un registro $a(t)$ de duración T

$$A(w) = \int_0^T a(t) e^{-iwt} dt \quad (4.3)$$

y el espectro de amplitudes de Fourier se define como

$$FS(w) = \sqrt{\frac{T}{2} \left[\int_0^T a(t) \sin wt dt \right]^2 + \frac{T}{2} \left[\int_0^T a(t) \cos wt dt \right]^2} \quad (4.4)$$

La figura 4.2 recoge el espectro de amplitudes del terremoto de El Centro.

Figura 4.2

La transformada inversa de 4.3 es

$$a(t) = \frac{1}{\pi} \int_0^{w_0} A(w) e^{iwt} dw \quad (4.5)$$

donde w_0 es la frecuencia máxima contenido en el acelergograma (frecuencia de Nyquist).

Según (4.1) y utilizando el teorema e Parseval

$$I_{acel} = \frac{1}{\pi} \int_0^{w_0} |A(w)|^2 dw \quad (4.6)$$

Se puede obtener la intensidad por unidad de tiempo, o media cuadrática, a partir de (4.1) y (4.6)

$$a_{rms}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T a^2(t) dt = \frac{1}{\pi T} \int_0^{w_0} |A(w)|^2 dw \quad (4.7)$$

y definir la *densidad espectral de potencia* $G(w)$ como

$$G(w) = \frac{1}{\pi T} |A(w)|^2 \quad (4.8)$$

con lo que

$$a_{rms}^2 = \int_0^{w_0} G(w) dw \quad (4.9)$$

A veces se normaliza $G(w)$ al producto

$$G(w) = a_{rms}^2 G''(w) \quad (4.10)$$

donde $G''(w)$ tiene área unidad, con objeto de promediar diferentes terremotos y obtener así una forma de definir la acción. La figura 4.3 recoge uno de estos promedios de 161 componentes horizontales (Hohsaz) mientras que la figura 4.4

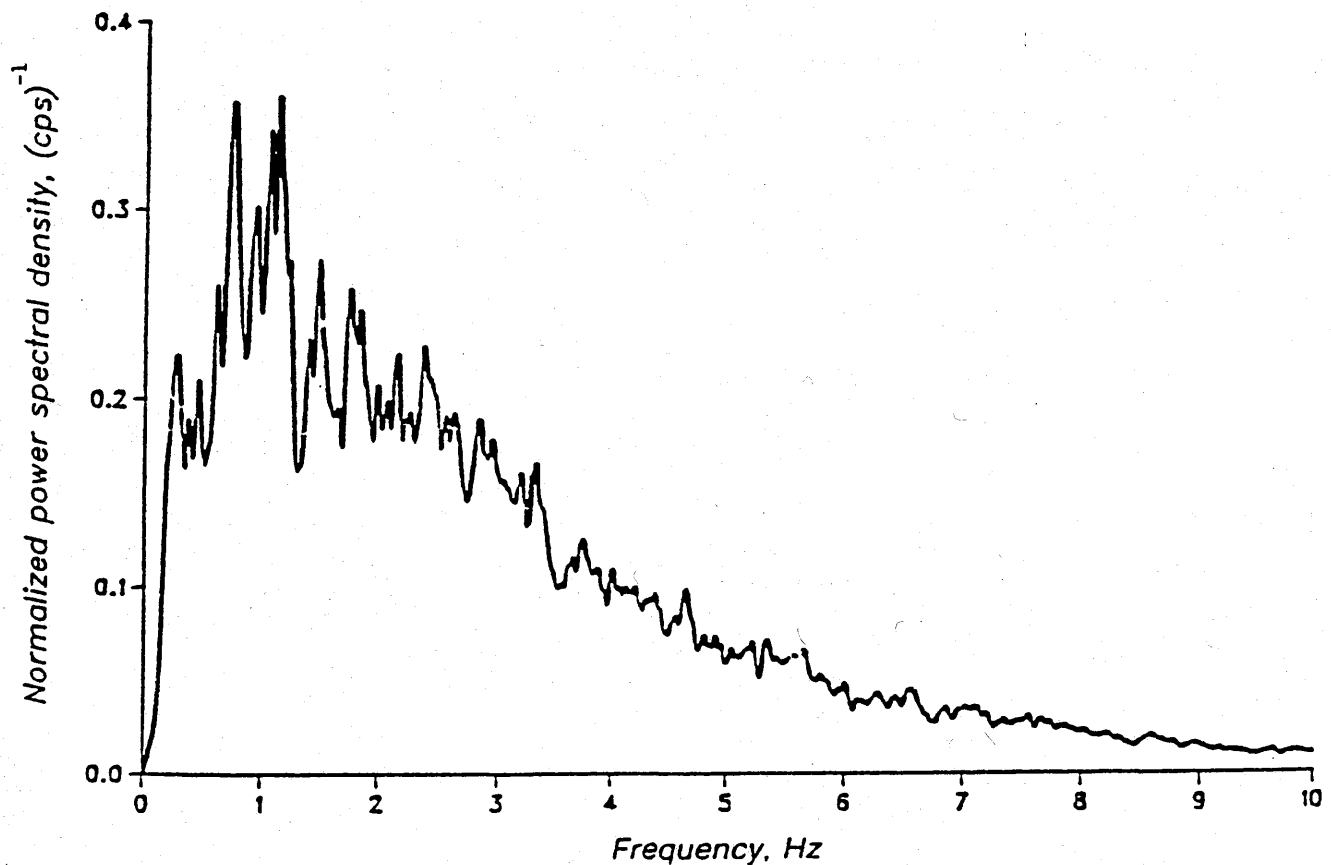


Figura 4.3

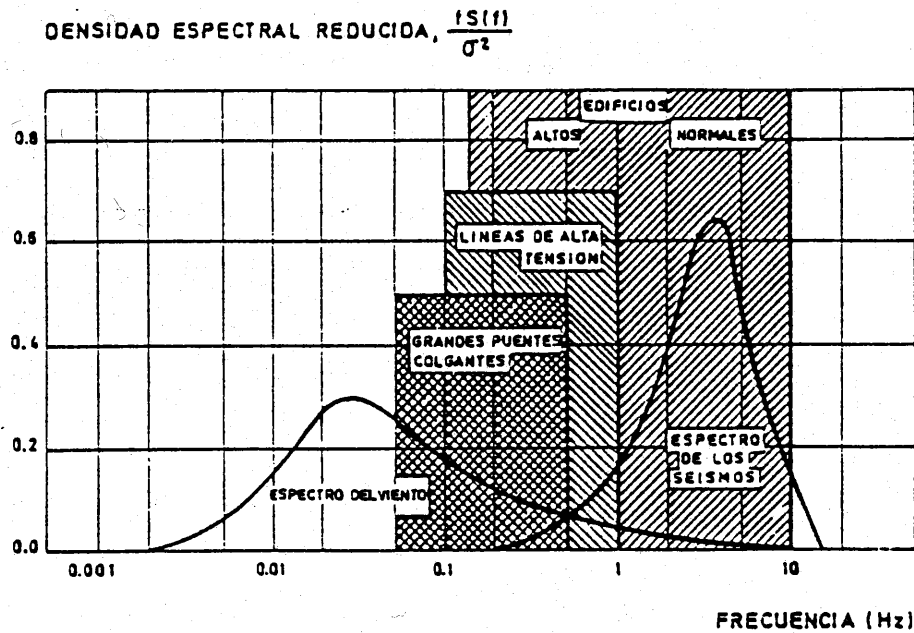


Figura 4.4

(Ravara) compara las densidades espectrales normalizadas de viento y terremotos con algunas bandas de frecuencias de estructuras típicas de dimensionar los rascacielos frente a viento como carga más dominante que el sismo, mientras que éste afecta mas a estructuras de altura normal.

Para cálculos es usual utilizar la densidad espectral recomendada por Kanai y Tajimi

$$G_n(w) = G_0 \frac{1 + 4\zeta_s^2 \left(\frac{w}{w_0}\right)^2}{\left[1 - \left(\frac{w}{w_0}\right)^2\right]^2 + \left(2\zeta_s \frac{w}{w_0}\right)^2} \quad (4.11)$$

Los valores de G_0 , ζ_g y w_g son típicos del suelo en el emplazamiento (ver capítulo V) y la figura 4.5 recoge la forma de la densidad espectral normalizada para algunos casos.

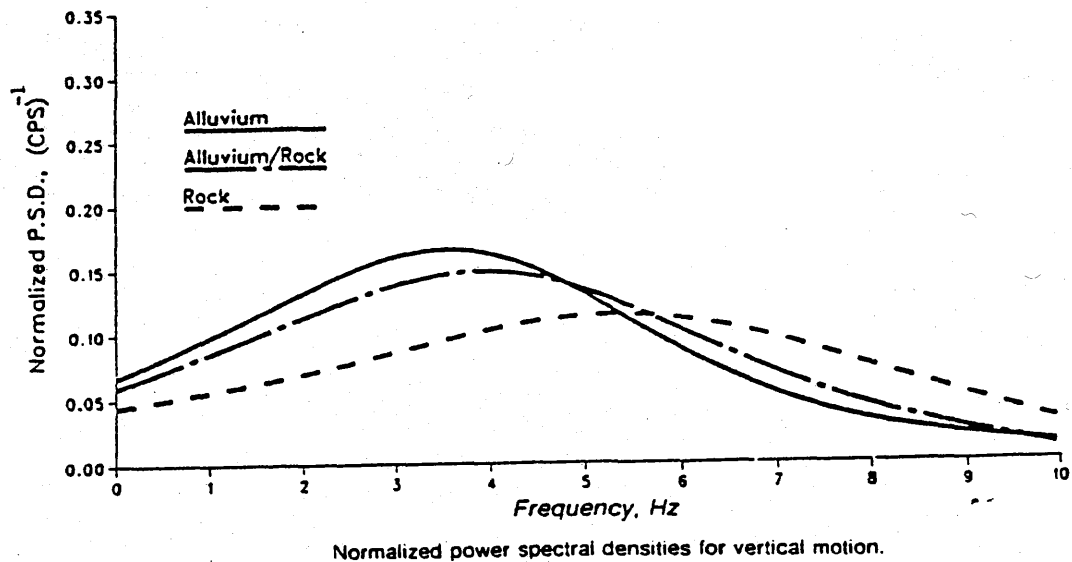
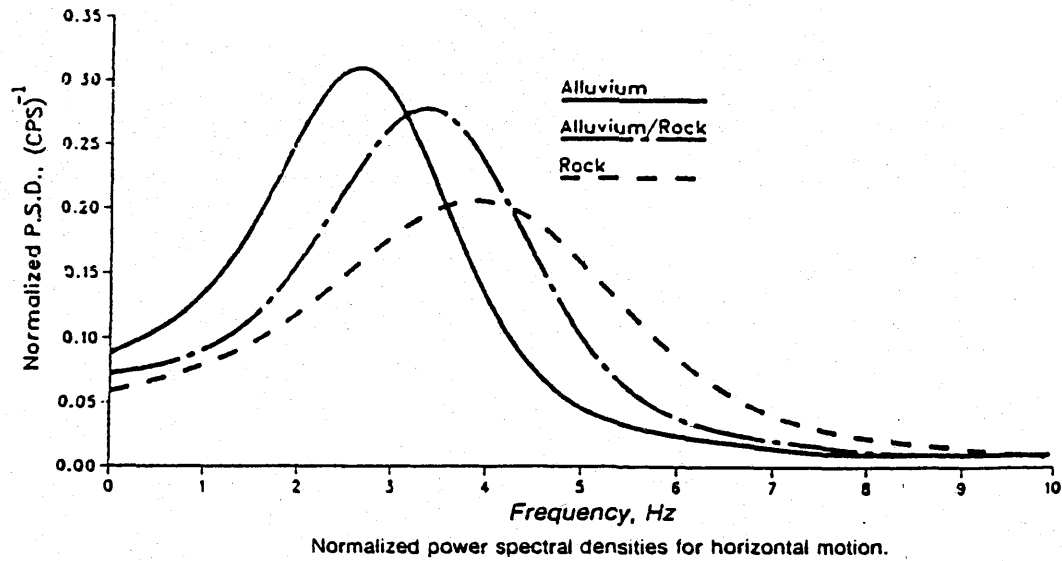


Figura 4.5

Desde el punto de vista normativo, son interesantes las densidades espectrales propuestas por la Norma Portuguesa de Acciones y el expreso reconocimiento que el Eurocódigo n.8 hace de la posibilidad de descripción de un terremoto mediante un proceso estacionario definido con un espectro de potencia asociado a una cierta duración.

Conviene indicar, finalmente, la posibilidad de definir, debido al carácter no estacionario del movimiento (figura 4.1), una densidad espectral evolutiva

$$G(t, \omega) = a_{rms}^2 S(t) G_n(\omega) \quad (4.12)$$

donde $S(t)$ es una función moduladora que tiene en cuenta la variación local de la aceleración media cuadrática con el tiempo (J. Valerio, 1987).

El conocimiento de la densidad espectral permite por un lado simular acelerogramas (ver apartado 4.5) y, utilizando la teoría de procesos aleatorios, calcular la respuesta probable de estructuras.

4.4 ESPECTRO DE RESPUESTA ELASTICA

Aunque el concepto de espectro de respuesta tiene orígenes anteriores (Biot 1941) y es utilizado en otras ramas de la ingeniería (espectro de choque), la comprensión de su utilidad y los primeros intentos por utilizarlo como medio de definir la acción sísmica son debidos a Housner(1941); éste pretendía una medida de la intensidad del terremoto relacionada con la respuesta de las estructuras de forma racional y no subjetiva. Por ello propuso estudiar la

respuesta máxima, a un terremoto dado, de sistemas de un grado de libertad (g.d.l.) y diferentes características dinámicas. Los parámetros en el sistema con 1 g.d.l. se reducen a dos:

- la frecuencia propia w

$$w^2 = \frac{k}{m} \quad (4.13)$$

que mide la relación entre la masa y rigidez (Apéndice 1)

- el índice de amortiguamiento ζ

$$\zeta = \frac{c}{c_{crit}} = \frac{c}{2\sqrt{km}} = \frac{c}{2mw} \quad (4.14)$$

que relaciona las propiedades de disipación con aquéllas.

Si se escoge como variable en estudio el desplazamiento máximo del sistema x_{max} y como abscisa la frecuencia w , es posible (fig. 4.6)

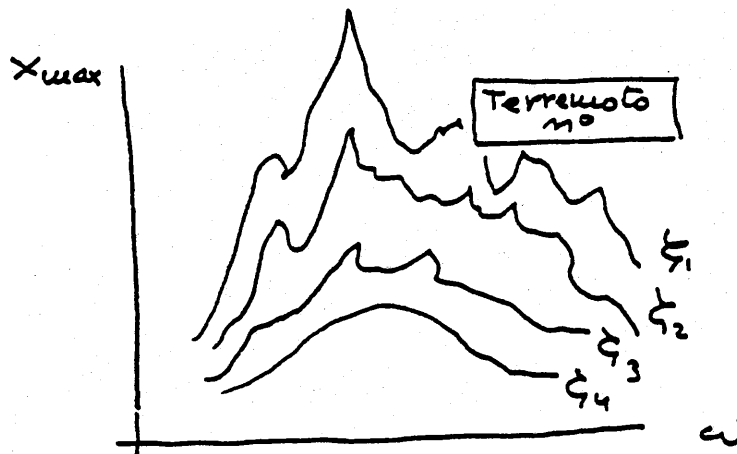
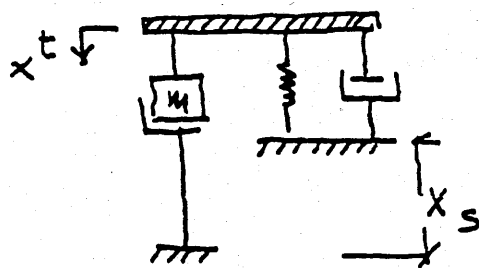


Fig 4.6

construir una serie de líneas de nivel para diferentes valores del índice de amortiguamiento puesto que se trabaja en el dominio elástico lineal. Se obtiene así el espectro de respuesta elástico del terremoto que se haya elegido.

Como es sabido (Anexo 1) el equilibrio dinámico de un sistema con 1 g.d.l. (figura 4.6) sometido a un movimiento en la base es



$$m\ddot{x} + k(x' - x_s') + c(\dot{x} - \dot{x}_s) = 0$$

$$x = x' - x_s$$

Figura 4.6

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = -ma_s \quad (4.15)$$

$$a_s = \ddot{x}_s$$

donde x es el movimiento relativo entre la masa y el suelo y x_s es el movimiento de este último. Usando las ecuaciones (4.13) y (4.14) se puede obtener

$$\ddot{x} + 2\zeta\omega\dot{x} + \omega^2x = -a_s \quad (4.16)$$

cuya respuesta permanente según la fórmula de Duham el (Ap.1) es

$$x = \frac{1}{\omega_d} \int_0^t a_s(\tau) e^{-\zeta\omega(t-\tau)} \operatorname{sen}\omega_d(t-\tau) d\tau \quad (4.17)$$

donde se ha hecho

$$w_d = w \sqrt{1 - \zeta^2} \quad (4.18)$$

Así

$$x_{\max} = \frac{1}{w_d} \max \left[\int_0^t \ddot{a}_s(\tau) e^{-\zeta w(t-\tau)} \sin w_d(t-\tau) d\tau \right] \quad (4.19)$$

que permite dibujar el espectro de respuesta tan pronto como se conoce el acelerograma.

Cuando Housner y sus colaboradores trataban de calcular espectros utilizaban un sistema analógico (fig. 4.7)) e intentaban medir el máximo mediante lectura en la pantalla de un oscilógrafo.

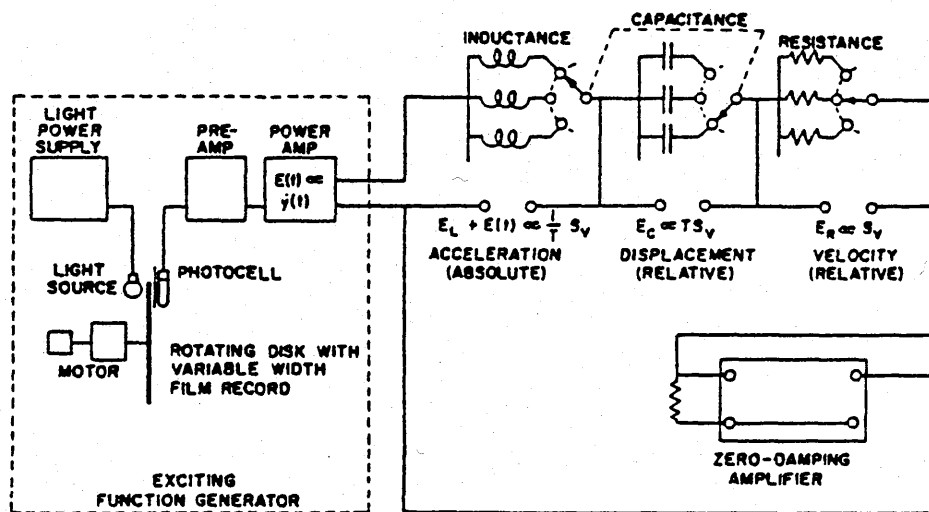


FIG 4.7 DIRECT ELECTRIC ANALOG RESPONSE SPECTRUM ANALYZER FOR EARTHQUAKE STUDIES

Con objeto de utilizar la misma escala para frecuencias altas y bajas decidieron medir la cantidad entre corchetes en la ecuación (4.19) a la que llamaron pseudo-velocidad (PSV) por sus unidades; teniendo en cuenta además los valores habituales de ζ en estructuras y finieron el espectro de respuesta en desplazamientos

$$SD = \frac{1}{w} PSV \quad (4.20)$$

Obsérvese que PSV no es el espectro de velocidades (SV) sino una cantidad cómoda para el cálculo de SD. Cuando el índice de amortiguamiento ζ es nulo, la ecuación (4.16) se puede poner como

$$\ddot{x} = -w^2 x \quad (4.21)$$

de modo que el valor máximo de la aceleración total está relacionado con el PSV

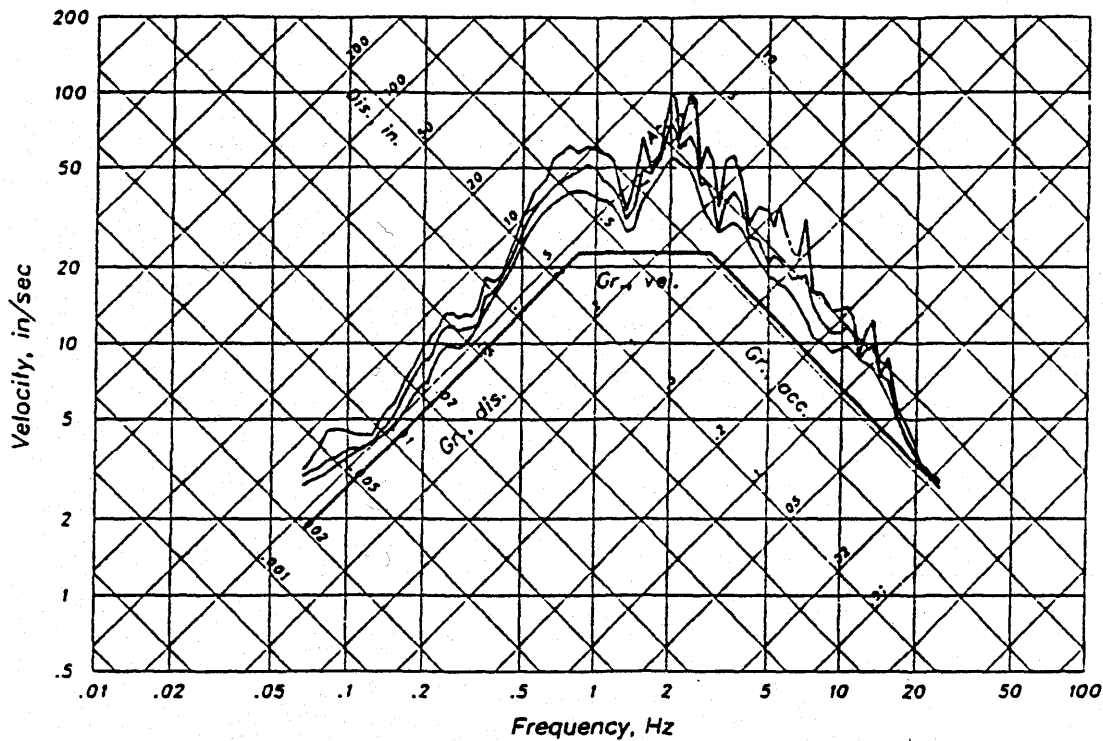
$$\max \ddot{x} = w^2 SD = w PSV \quad (4.22)$$

Este valor de aceleración es llamado PSA espectro de respuesta de pseudo-aceleración y, para los valores habituales de ζ en construcción, coincide prácticamente con el espectro de aceleración SA.

Se tiene así el juego

$$\begin{aligned} PSV &= w SD \\ PSA &= w PSV = w^2 SD \end{aligned} \quad (4.25)$$

que permite una representación gráfica simultánea en escala doblemente logarítmica. La figura 4.7 recoge esta representación para el terremoto



Response spectra for 2, 5, and 10% damping for the S00E component of El Centro, the Imperial Valley earthquake of May 18, 1940, together with the peak ground motion.

Figura 4.7

de El Centro en el diagrama llamado tripartito. Esta representación que, como se verá, ha dado mucho juego en la consecución de espectros medios, se complementa generalmente con la representación lineal del PSA. El motivo es claro, la fuerza en el muelle es

$$F_{\max} = k x_{\max} = k SD \quad (4.26)$$

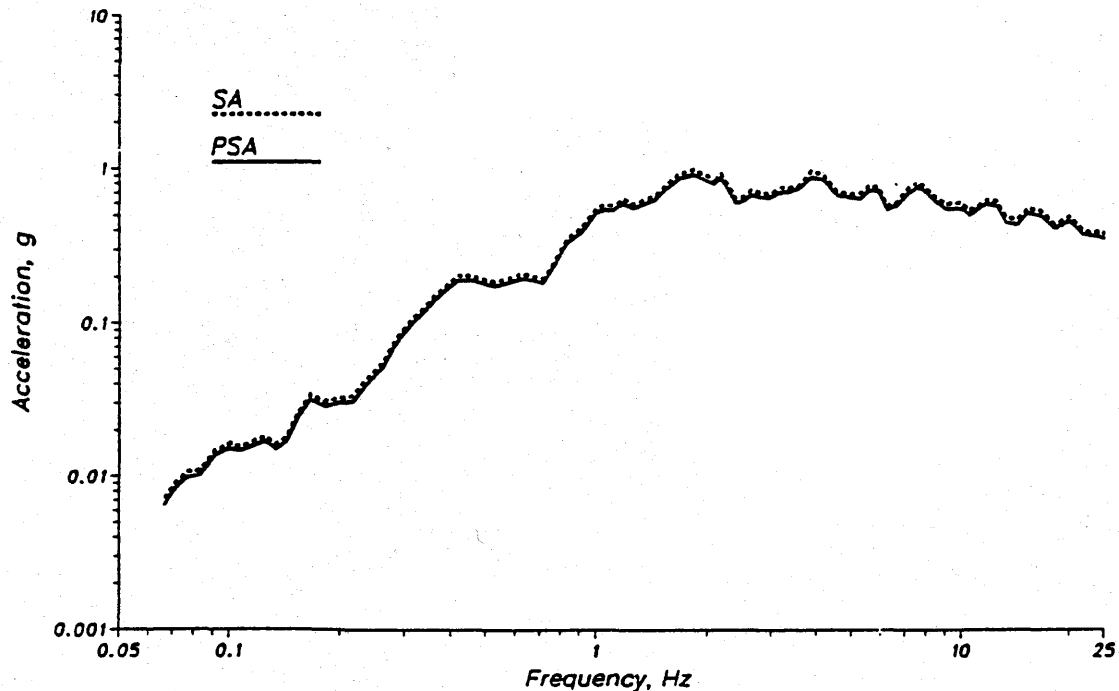
o, según (4.25)

$$F_{\max} = k \frac{1}{\omega^2} PSA = m PSA \quad (4.27)$$

Se obtiene así una fórmula del tipo "masa por aceleración" que permite definir la fuerza estática equivalente al movimiento sísmico ya que produce el mismo desplazamiento máximo.

Esta idea es la base de los métodos de fuerzas equivalentes contenidos en las Normas de buena práctica y será desarrollado en capítulos posteriores.

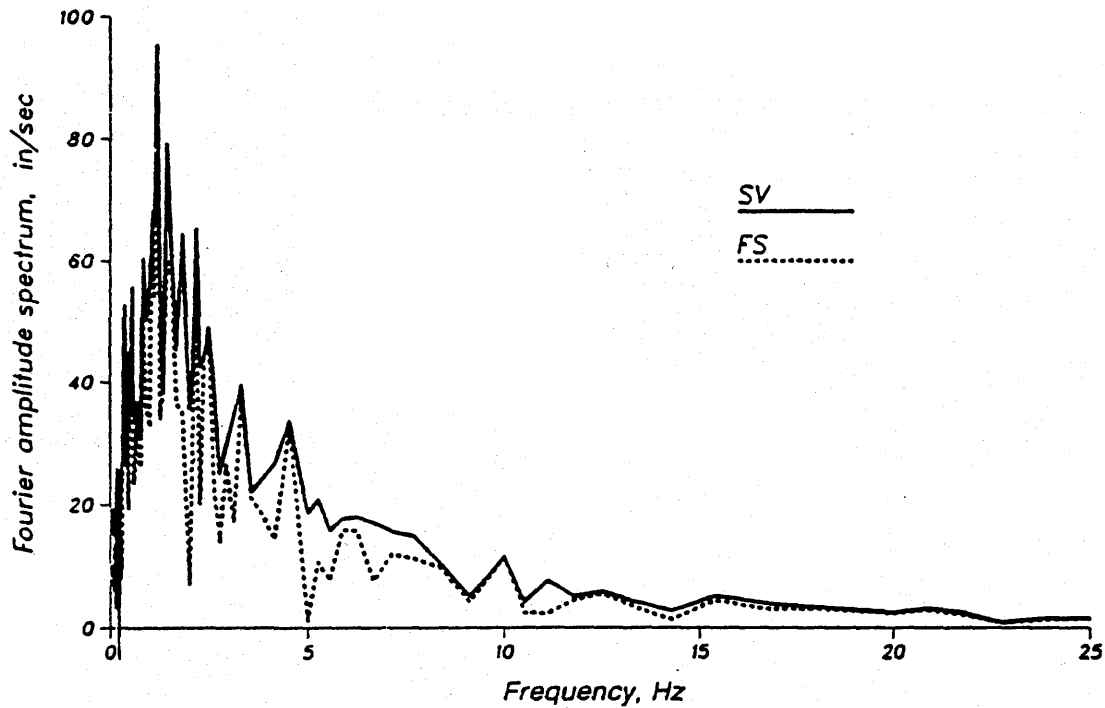
La figura 4.48 recoge el espectro de pseudo-aceleración para el terremoto de El Centro.



Comparison of pseudoacceleration and maximum absolute acceleration for 5% damping for the SOOE component of El Centro, the Imperial Valley Earthquake of May 18, 1940.

Figura 4.8

El valor del espectro de pseudo-velocidad reside en su semejanza con la transformada de Fourier del sismo. La figura 4.9 recoge el PSV del terremoto de El Centro, para un $\zeta = 0$, con la transformada de Fourier del mismo.



Comparison of Fourier amplitude spectrum and velocity spectrum for an undamped single-degree-of-freedom system for the S00E component of El Centro, the Imperial Valley earthquake of May 18, 1940.

Figura 4.9

La semejanza no es casual (ejercicio 4) y suele ser explotada para simular terremotos compatibles con un espectro dado.

4.4.1 ESPECTROS PROMEDIADOS

Pero la utilidad del espectro de respuesta no se limita a la caracterización de un terremoto individual. Housner (1959) observó muy pronto semejanzas en la forma de los espectros de diferentes terremotos y propuso utilizar como base de normalización la llamada "intensidad espectral".

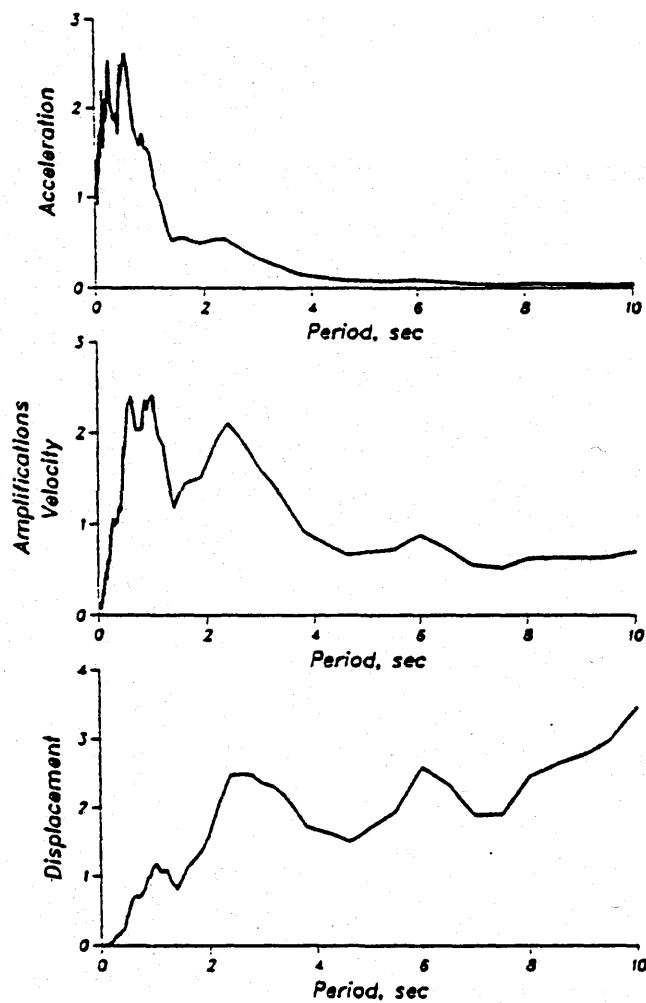
$$IS = \int_{T=0.1}^{T=2.5} PSV(w) dw \quad (4.28)$$

o área comprendida bajo el espectro de pseudo-velocidad entre los períodos 0,4 y 5.

La búsqueda de un factor de normalización mas sencillo condujo al uso de la aceleración máxima del suelo a_{\max} con lo que (4.19) se puede poner como

$$\frac{x_{\max}}{a_{\max}} = \frac{1}{w_d} \max \left[\int_0^t \frac{\ddot{a}_s(\tau)}{a_{\max}} e^{-\zeta w(t-\tau)} \text{sen} w_d(t-\tau) d\tau \right] \quad (4.29)$$

Un espectro típico, puede verse en la figura 4.10,



Acceleration, velocity, and displacement amplifications plotted as a function of period for 5% damping for the S00E component of El Centro, the Imperial Valley earthquake of May 18, 1940.

Figura 4.10

correspondiente de nuevo al terremoto de El Centro, donde puede observarse que para $T = 0$ el PSA arranca del valor unidad. Ello se comprende sin más que observar que el período nulo corresponde a una estructura infinitamente rígida por lo que la aceleración sufrida es exactamente la del suelo.

En el rango $T \rightarrow \infty$ se da una situación semejante pero con los desplazamientos; debido a la absoluta flexibilidad del muelle, la masa permanece en su lugar y por ello el desplazamiento relativo coincide con el desplazamientos del suelo.

Estas ideas pueden ser explotadas como reglas generales para cualquier espectro. En particular es posible observar en el diagrama tripartito (figura 4.11) la existencia de una envolvente de las respuestas de la estructra.

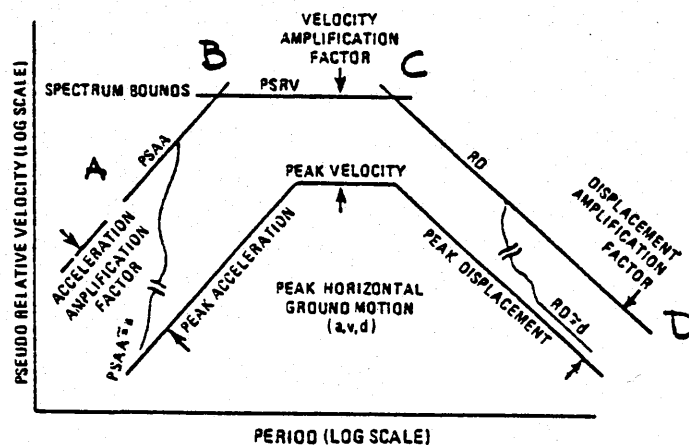


Figura 4.11

Utilizando diagramas del tipo 4.10 ó 4.11 es posible promediar resultados para los terremotos registrados y obtener así una envolvente de los mismos. Newmark propuso utilizar líneas rectas para obtener la envolvente en el diagrama tripartito y junto con Hall sugirió los siguientes valores de los factores de amplificación

TABLA 4.1

INDICE DE AMORTIGUAMIENTO	FACTOR DE AMPLIFICACION PARA		
	DESPLAZAM	VELOCIDAD	ACELE
0	2,5	4,0	6,4
0,5	2,2	3,6	5,8
1	2,0	3,2	5,2
2	1,8	2,8	4,3
5	1,4	1,9	2,6
10	1,1	1,3	1,5

La velocidad máxima del suelo para 1 g se supone 48 in/seg y el desplazamiento 36 in.

El punto de anclaje a la aceleración del suelo se estima en $f = 30$ Hz y la transición en 6 Hz.(ejercicio 4). Si se transforma la figura 4.11 en un diagrama (PSA, T) se obtiene la figura (4.12)

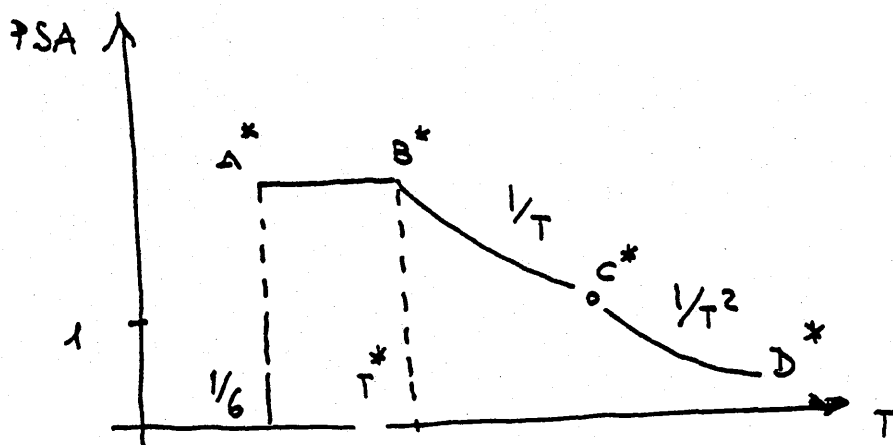


Figura 4.12

La zona AB al ser de PSA constante se transforma en A' B'. En CB el PSV es constante y por tanto

$$PSA = w \cdot PSV \propto \frac{2\pi}{T} \cdot PSV \quad (4.30)$$

la rama B' C' cae según $1/T$.

Finalmente el trozo CD tiene SD constante

$$PSA = w^2 \cdot SD = \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot SD \quad (4.31)$$

con lo que la rama C' D' cae según $1/T^2$.

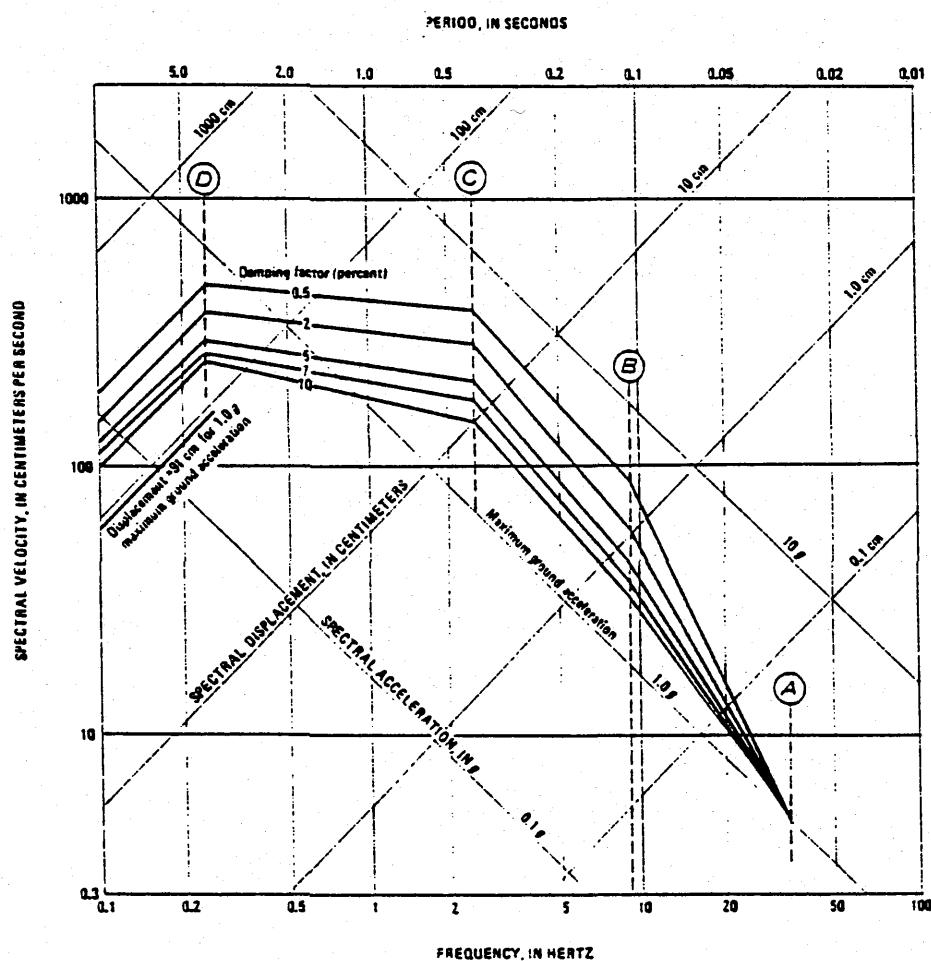


Figura 4.13

Tras una serie de estudios estadísticos, la Nuclear Regulatory Commission de USA propuso los espectros promedio recogidos en la figura 4.13 que forman la base de todos los espectros posteriores propuestos por las Normas de buena práctica. Las frecuencias de control son $f = 33, 9, 25$ y $0,25$ Hz y se supone que el desplazamiento del suelo correspondiente a una aceleración de 1 g es 36 pulgadas.

La tabla 4.2, recoge los valores de amplificación correspondientes a cada frecuencia, así como la ley que permite interpolar la curva correspondiente a cada índice de amortiguamiento ζ .

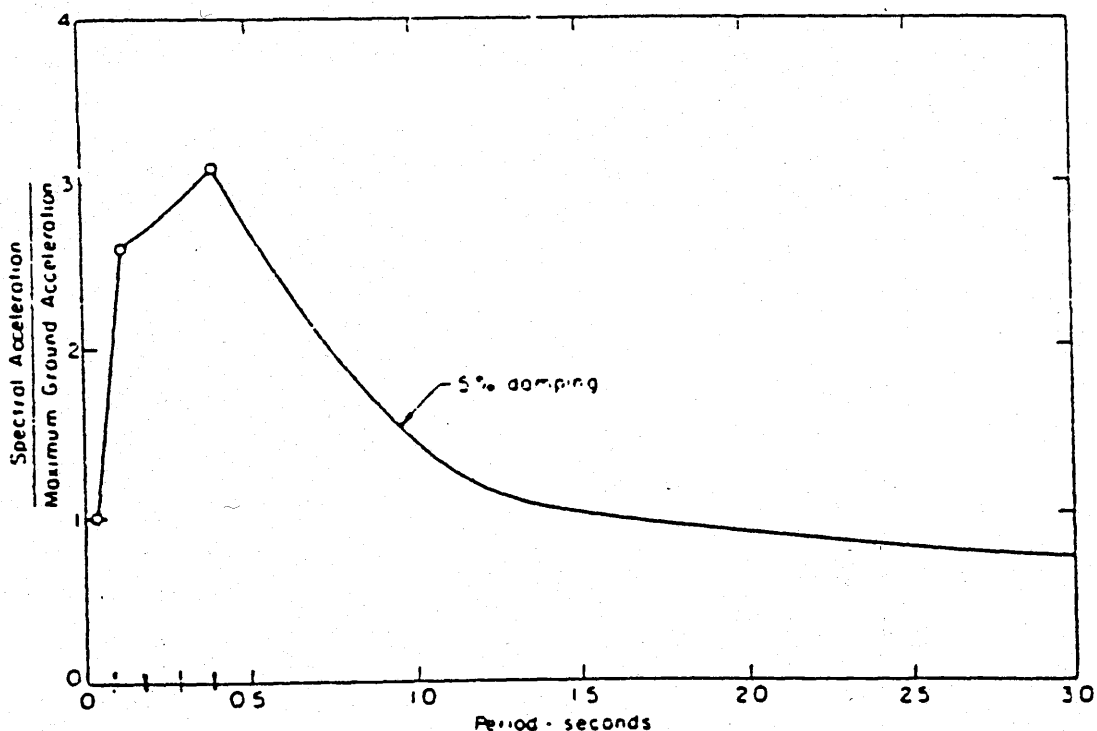
TABLA 4.2

ζ	Amplification factors (HORIZONTAL MOTIONS) Acceleration			Displacement
	A (33 Hz)	B (9 Hz)	C (2.5 Hz)	D (0.25 Hz)
0.5	1.0	4.96	5.95	3.20
2.0	1.0	3.54	4.25	2.50
5.0	1.0	2.61	3.13	2.05
7.0	1.0	2.27	2.72	1.88
10.0	1.0	1.90	2.28	1.70

POINT	Amplification Factor	RANGE
B (9 Hz)	$4.25 - 1.02 \ln \zeta$	} $0.5\% \leq \zeta \leq 10\%$
C (2.5 Hz)	$5.1 - 1.224 \ln \zeta$	
D (0.25 Hz)	$2.85 - 0.5 \ln \zeta$	

Las ordenadas corresponden a los valores resultantes de tomar la media más una desviación típica, lo que implica que la probabilidad de superación es sólo de un 15,9 %.

La figura 4.14 recoge la forma que presenta el espectro de Newmark al expresar el PSA en función de T.



AEC regulatory guide spectrum (84 percentile).

Figura 4.14

4.4.2 ESPECTROS UTILIZADOS POR LA NORMATIVA

En líneas generales los espectros promedio propuestos por las diferentes Normas coinciden con los indicados en el apartado anterior.

Se establecen unos puntos de anclaje en períodos y se definen unos factores de amplificación así como una ley de caída para períodos altos. Debido a la relación 4.27 y ala costumbre de definir un método de fuerzas equivalentes

se presenta habitualmente el gráfico (PSA, T). El Eurocódigo n. 8 (1988) por ejemplo, establece el espectro elástico normalizado $\beta_e(T)$ para un índice de amortiguamiento $\zeta = 5\%$ mediante cuatro parámetros (figura 4.15) β_0 , T_1 , T_2 , k .

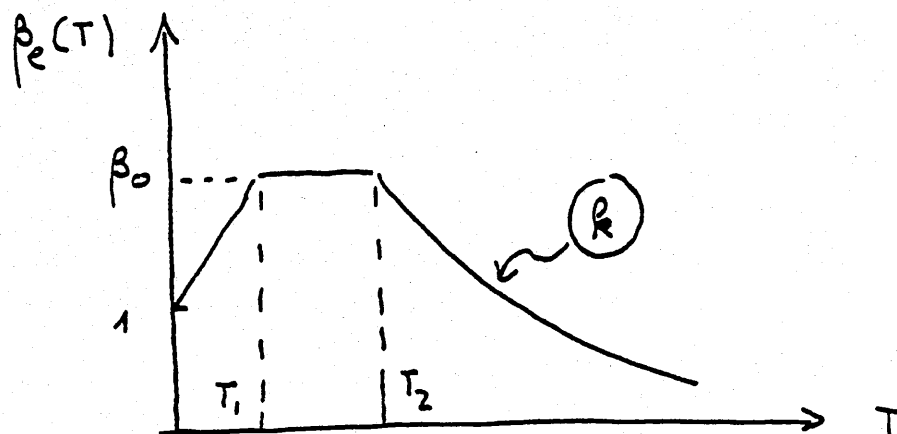


Figura 5.15

y las siguientes expresiones

$$\begin{aligned}
 0 < T < T_1 & \quad \beta_e(T) = 1 + \frac{T}{T_1} (\beta_0 - 1) \\
 T_1 < T < T_2 & \quad \beta_e(T) = \beta_0 \\
 T > T_2 & \quad \beta_e(T) = \left(\frac{T_2}{T}\right)^k \beta_0
 \end{aligned} \tag{4.32}$$

advirtiéndose que esta representación no es válida para valores de $T \geq 5$ segundos.

Los parámetros deben ajustarse según el tipo de terreno (véase capítulo V) y en el caso de suelo rocoso toman los valores

$$\beta_0 = 2,5; \quad T_1 = 0,2 \text{ seg}; \quad T_2 = 0,49 \text{ seg}; \quad k = 1 \text{ (roca)}. \tag{4.33}$$

Para otros valores del amortiguamiento las ordenadas se corrigen con el factor

$$\sqrt{\frac{5}{\zeta}} \quad (4.34)$$

Como se vé la forma corresponde a la propuesta para Newmark y Hall, suplementada por la transición lineal entre $T = 0$ y T_1 .

También el Código Modelo del CEB para el Proyecto Sismorresistente de Estructuras de Hormigón Armado (1985) propone un espectro como el de la figura 4.15 con valores recomendados de $T_1 = 9,12$ seg y $T_2 = 0,40$ seg.

4.5 ACELEROGRAMAS SINTETICOS Y CONDENSADOS

En ocasiones en que se precisa disponer de acelerogramas adaptados a las características del emplazamientos y no existen acelerogramas reales ad-hoc, se recurre a genear registros artificiales en puntos anteriores.

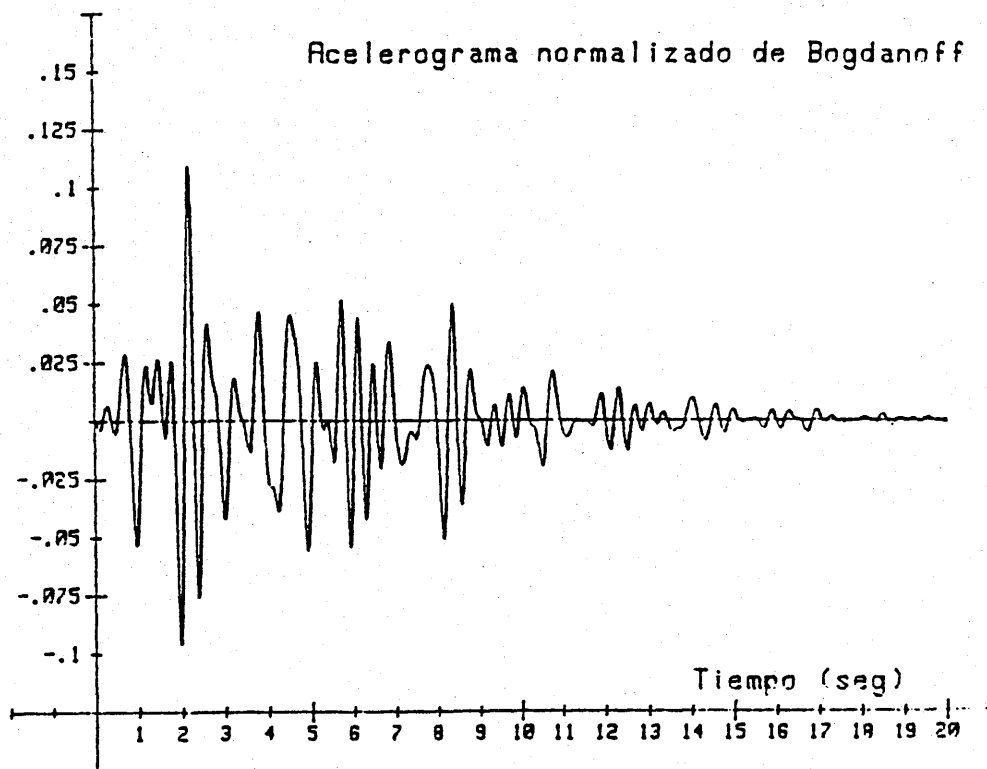
Una primera idea consistió en generar un ruido blanco y modularlo con las funciones de la figura 4.1.

Ruiz y Penzien (1977) propusieron filtrar el ruido blanco con una función semejante a la de Kanai-Taijimi. Otros autores propusieron procedimientos ajustando propiedades de complejidad creciente (Saragani y Hart) o con una

refinada base matemática (Vanmarcke). Un método más directo consiste en dar una expresión analítica, como el famoso acelerograma de Bogdanoff (1968), que se supone capaz de generar desplazamientos semejantes a los reales.

$$a(t) = t e^{-0.333t} \sum_{j=1}^{10} \cos(\omega_j t + \varphi_j); \quad t \geq 0 \quad (4.35)$$

j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ω_j	6	8	10	11'15	12'30	13'25	14'15	16'2	17'35	19'15
φ_j	3'7663	1'3422	4'8253	0'2528	4'5204	1'8834	1'332	1'7852	0'1517	2'4881



Un método práctico que se utiliza a menudo es la descomposición de Shinozuka (1967) que consiste en interpretar el acelerograma como una transformada inversa de Fourier apoyándose en la definición de la densidad espectral. Así

$$a(t) = \sqrt{2} \sum_{k=1}^N A_k \cos(\omega_k t - \varphi_k) \quad (4.36)$$

$$A_k = \sqrt{G(\omega_k) \Delta \omega}$$

$$\Delta \omega = \omega_{ult}/N \quad ; \quad \omega_k = \left(k - \frac{1}{2}\right) \Delta \omega$$

donde las fases φ se generarn como números aleatorios presentando una densidad de probabilidad uniforme en el intervalo $(0-2\pi)$.

Una modificación interesante al método de Shinozuka fue propuesta por *Ohzaki*, y consiste en generar los ángulos φ de modo que presenten una distribución gaussiana. Con ello se consigue modelar el carácter no estacionario de los registros.

Al igual que estos métodos permiten generar acelerogramas compatibles con una densidad espectral, es posible preparar registros compatibles con un determinado espectro de respuesta (*Scamlon & Sachs*)

El método se basa en utilizar la semejanza del PSV a $\zeta = 0$ con la transformada de Fourir del registro. Partiendo así de un PSV dado, con una transformada inversa se genera la primera aproximación del acelerograma. A continuación se calcula el espectro para el índice de amortiguamiento requerido y se compara con el espectro objetivo. Un proceso de ajuste progresivo permite obtener el acelerograma con espectros compatible dentro de los márgenes de

error que se hayan fijado. En este proceso conviene observar que debe utilizarse un espectro compatible con el tipo y perfil del terreno existente realmente en el emplazamiento. La figura 4.16 recoge algunos terremotos sintéticos generados por los procedimientos anteriore.

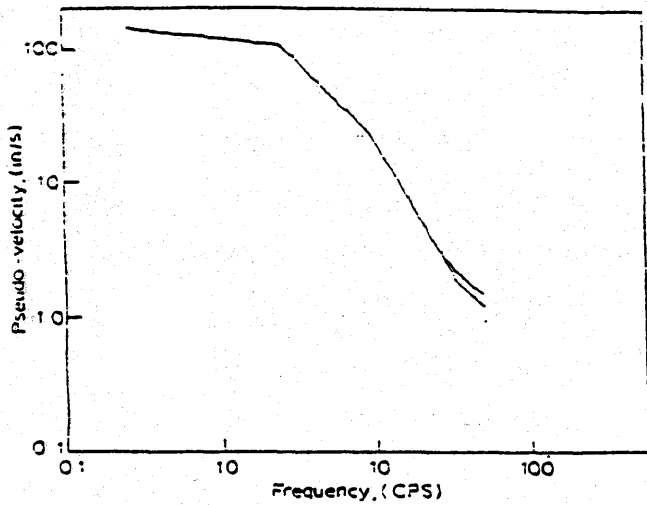


Figure 12 PSV spectrum (CHI = 0.02) iteration number 4

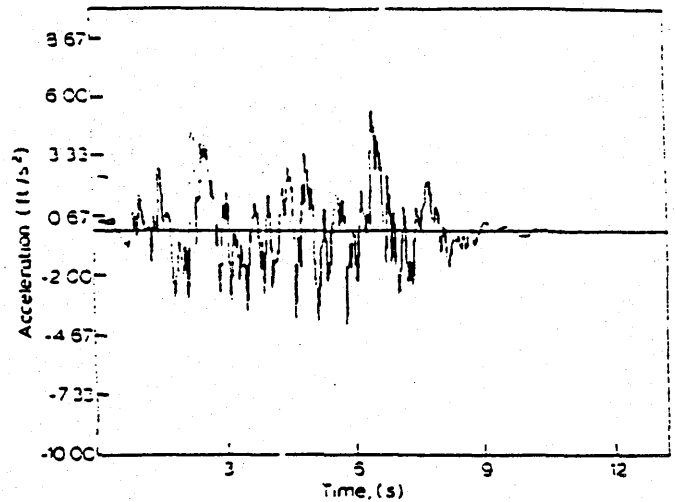


Figure 15 Acceleration record

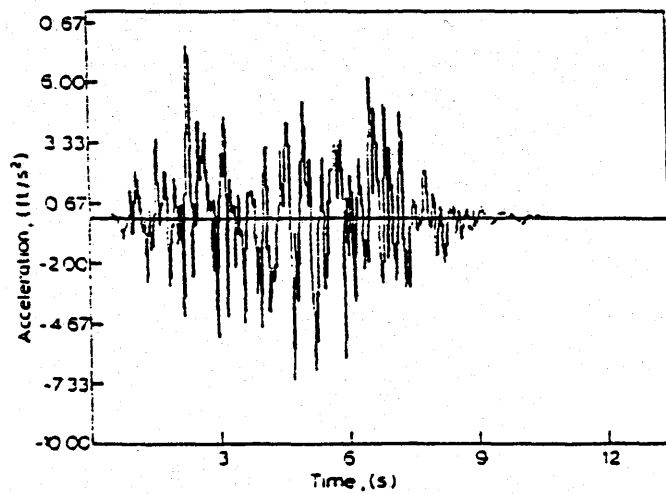


Figure 13 Acceleration record

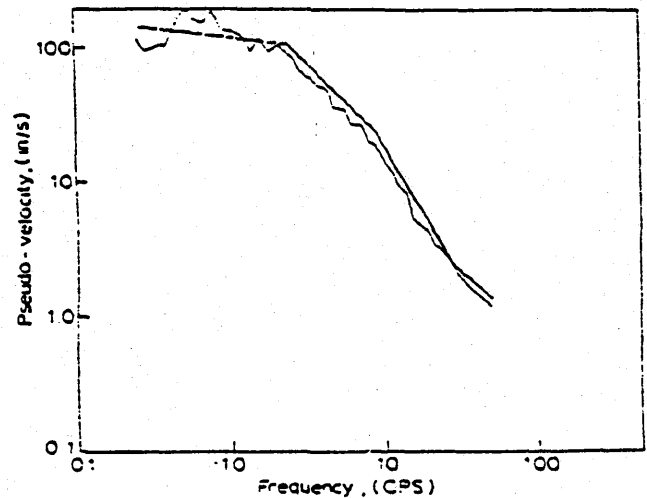


Figure 16 PSV spectrum (CHI = 0.02) iteration number 4

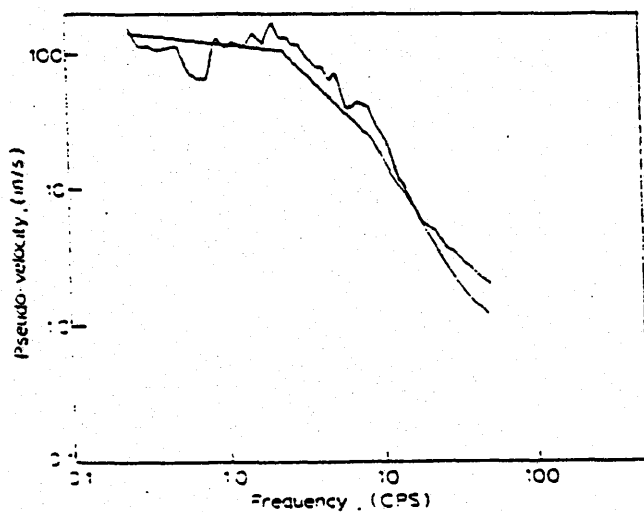


Figure 14 PSV spectrum (CHI = 0.02) iteration number 4

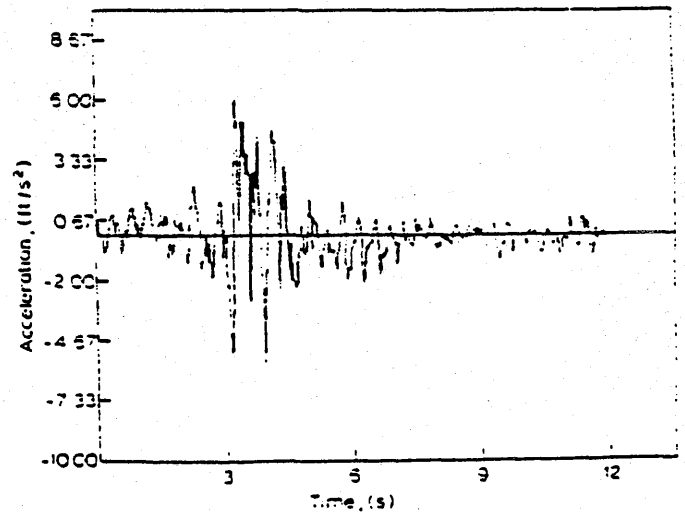


Figure 17 Acceleration record

Mas detalles pueden verse en Doblaré et al (1981), mientras que la generación de terremotos con espectro evolutivo puede verse en Valerio (1987)

Cabe indicar finalmente un interesante campo de investigación consistente en la generación de acelerogramas condensados de tal forma que, a pesar de su corta duración, produzcan en la estructura efectos semejantes a sismos reales. El uso de tales registros está indicado en problemas lineales para los que, como se ha dicho, las peores condiciones se obtienen con las primeras sacudidas de la zona intensa del acelerograma, con objeto de ahorrar tiempo de cálculo.

Pero algunos autores (Zienckiewicz, et al 19??) defienden también su uso en problemas no lineales e incluso, recientemente (Jones 1991) se está proponiendo su uso en ensayos con muso e reacción.

Un ejemplo de acelerograma condensado es el de la figura 4.17 que responde a la ecuación

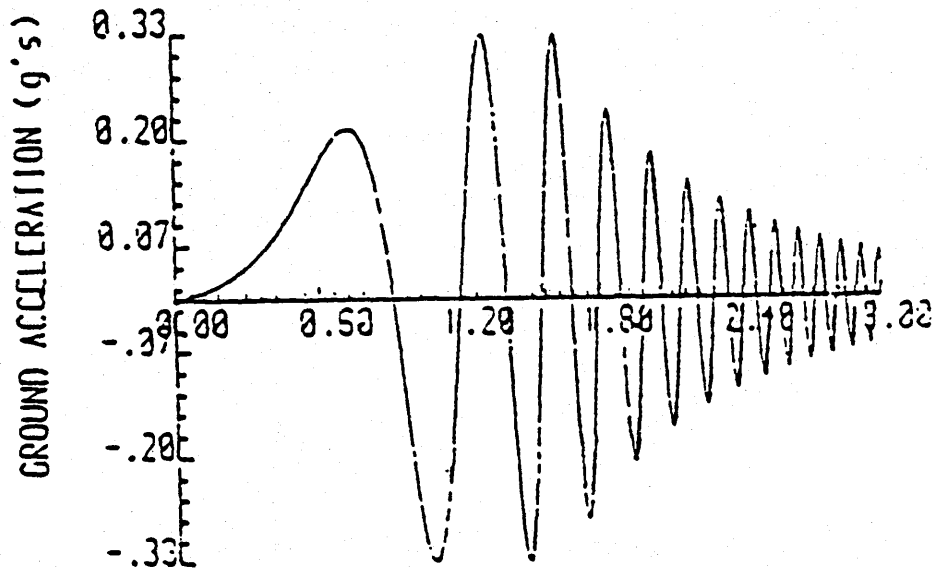


Figura 4.17

4.6 REFERENCIAS

- 4.1 Bolt, B.A.: *"Duration of strong motion"*. Proc. 4th World Conf. Earth. Eng., 1969.
- 4.2 Husid, R.: *"Earthquakes, Terremotos"*. 196??
- 4.3 G.W Housner: *"Intensity of earthquake ground shaking near the causative fault"*. Proc. 3rd. World Conf. Earth. Eng., 1965
- 4.4 Nigam, N.C. y Jennings, P.C.: *"Digital calculation of response spectra from strong motion earthquake records"*. EEL Caltech, 1968.
- 4.5 B. Mohraz & F.E. Elghadamsi: *"Earthquake ground motion and response spectra"* en *"Seismic Design -Handbook"* ed F. Naeim Van Nostrand, 11989.
- 4.6 Ravara, A.: *"Dinámica de Estructuras"*. Lab. Nac. Eng. Civ. Lisboa, 1969.
- 4.7 Kanai, K: *"Seismi-empirical formula for the seismic characteristics of the ground"*. Bull Earthq. Research Inst. 35. Tokyo, 1957.
- 4.8 Tajimi, H: *"A Statistical method of determining the maximum response of a building structure during an earthquake"*. End World Conf. Earth. Eng., 1960.
- 4.9 Regulamento de Segurança e Acções para Estruturas de Edifícios e Pontes.
- 4.10 Eurocódigo n. 8 : *"Structures in seismic regions"*. Commiss. European Communities, 1988.
- 4.11 J. Valerio: *"Tratamiento de señales aleatorias producidas por acciones dinámicas en el terreno"*. CEDEX, 1987.
- 4.12 Biot M.A.: *"A mechanical Analyzer for Prediction of earthquake stresses"*. Bull Seism. Soc. Am. 31, 1941.
- 4.13 Housner, G.W.: *"An investigation of the effects of earthquakes on buildings"* Ph.D. Thesis Caltech, 1941.
- 4.14 Housner, G.W & Jennings, P.C.: *"Generation of artificial earthquakes"*. J. Eng. Mech. Div. ASCE 93, 1964.
- 4.15 Housner, G.W.: *"Behavior of structures during earthquakes"*. J. Eng. Mech. Div. ASCE 85 (EM-4), 1959
- 4.16 Newmark, N.M; Hall, W.J.: *"Seismic design criteria for nuclear reactor facilities"*. Proc. 4th World Conf. Earth. Eng., 1969.
- 4.17 Nuclear Regulatory Commission (atomic Energy Commission): *"Design response*

spectra for seismic design of Nuclear Power Plants". Regulatory Guide 1.60. Washington, 1973.

- 4.18 CEB *"Código modelo para el proyecto sismo-resistente de estructuras de hormigón armado". Informes de la Construcción vol. 37, 1985.*
- 4.19 Ruiz y Penzien
- 4.20 Saragoni, R. y Hart, G.: *"Nonstationary analysis and simulation of Earth Ground motions". UCLA-ENG 7238 E.E. & Str. Lab (1972).*
- 4.21 Vanmarcke E.H.: *"Structural response to earthquakes". En "Lorowitz Seismic risk. ELSEVIER, 1976.*
- 4.22 B.A. Parmelee et al: *"Seismic response of structure foundation systems". ASCE. EM 6, vol 94, 1968.*
- 4.23 Shinozuka M y Sato Y.: *"Simulation of Nonstationary Randon process". J. Eng. Mech. Dis ASCE 93, 1967.*
- 4.24 Oshaki, Y.: *"Earth Eng. Struct. Dyn.". 1979, 5, 427.*
- 4.25 Doblaré M., Alarcón E., García Benítez, F.: *"A comparison among different spectrum compatible earthquake simulation methods". Appl. Math. Modell. 5. 1981.*
- 4.26 Zienckiewicz O.C., Bicanic N., Fejzo R.: *"Substitute short duration earthquake accelerograms for monlinear analysis" en "Design of dams to resist earthquakes" ICE Londres, 1980.*

CAPITULO V

INFLUENCIA DEL TERRENO

5.1 Introducción

5.2 Comportamiento de suelos

5.2.1 Modelos de Woods y Gassman

5.2.2 Amortiguamiento interno

5.2.3 Pequeñas deformaciones

5.2.3.1 Impedancia de Zapatas rígidas

5.2.4 Grandes deformaciones. Licuación

5.3 Amplificación

5.3.1 Efectos topográficos

5.3.2 Estratificación

5.4 Espectros dependientes del tipo de suelo

5.5 Ejercicios

5.6 Referencias

5.1 INTRODUCCION

En este capítulo se incluyen algunas observaciones de interés sobre las modificaciones que las condiciones locales del suelo introducen en el movimiento sísmico.

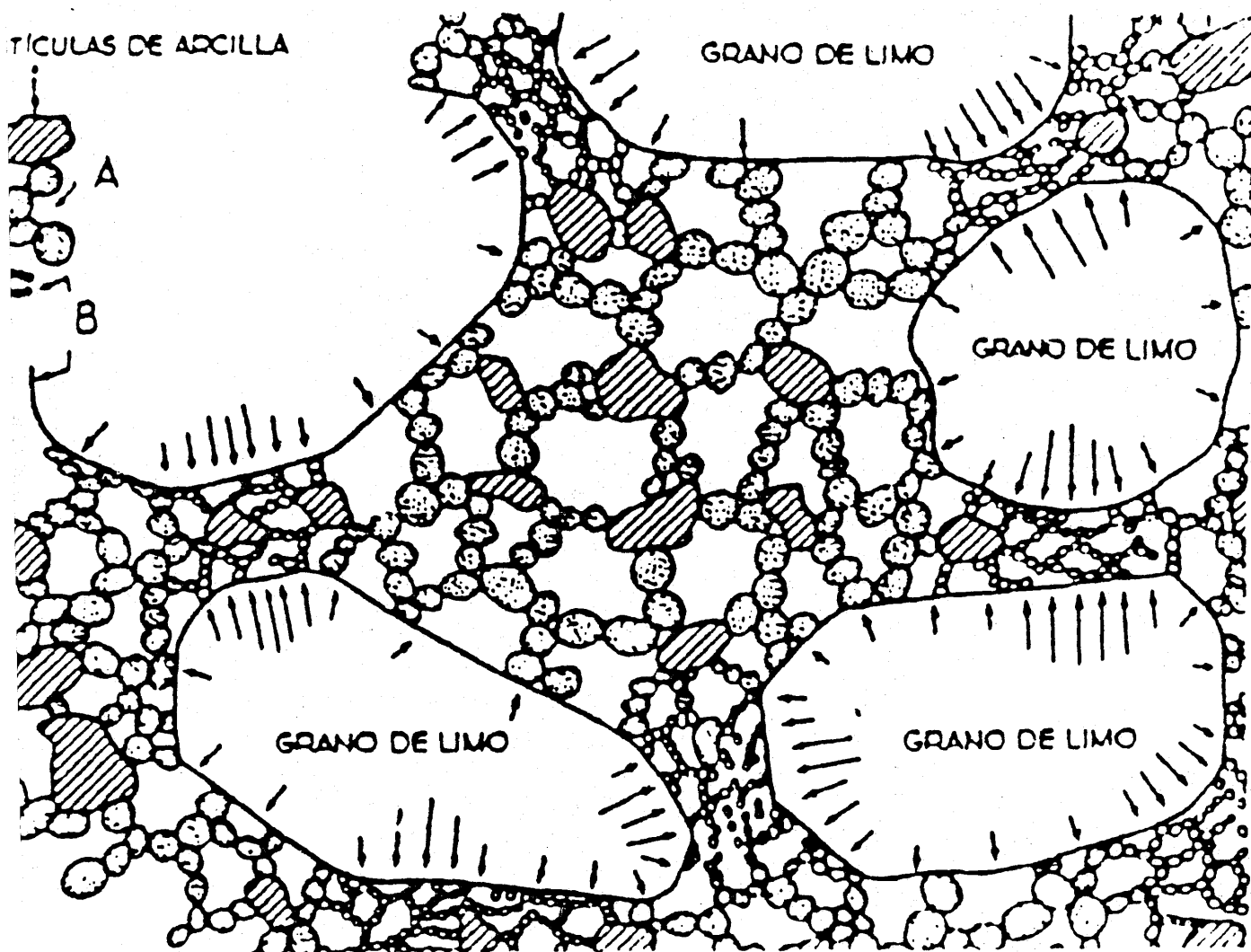
Se recuerdan en primer lugar algunos conceptos relativos a la aplicabilidad de la Mecánica de los medios continuos en geotécnia así como la posibilidad de establecer propiedades equivalentes en suspensiones y suelos saturados. Para el caso de pequeñas deformaciones es posible medir propiedades de un medio elástico y, con ello, resolver problemas relativos al comportamiento *en servicio* de los cimientos. Es, en particular, muy interesante la determinación de la respuesta armónica de semiespacios estratificados ya que permite su relación con los temas de cimientos de máquinas e incluso la modelización del suelo como una subestructura conectable a la estructura principal.

Por otro lado, en ocasiones aparecen grandes deformaciones que pueden conducir a estados *últimos* como sucede con los fenómenos de licuefacción a los que ya se hizo referencia en el primer capítulo. Se incluye aquí, tan solo, una somera descripción de un método simplificado ya que se trata de un tema de investigación todavía abierto.

Finalmente, se retoma el tema de la amplificación provocada por estratos de suelo que pueden resonar ante la llegada del terremoto y se discute la influencia que la rigidez del terreno puede tener en relación con los períodos dominantes del movimiento. Ello conduce de forma inmediata a la introducción de los espectros de respuesta dependientes el tipo de terreno, que es una idea aceptada por todas las Normas actuales. Se hace también una pequeña referencia a la influencia que la topografía del terreno (cumbres, vallas, etc.) puede tener sobre la focalización y amplificación del movimiento.

5.2 COMPORTAMIENTO DE SUELOS

El factor distintivo del modelado de suelos es su constitución en fases: sólido, líquido y gas (fig. 5.1) interaccionan entre sí cuando se aplican cargas al medio. Las proporciones relativas se especifican mediante los parámetros llamados índice de huecos (e), porosidad (n), grado de saturación (S) y humedad (W).



Composición del suelo según Casagrande (1940).

Figura 5.1

En la figura 5.2 se han recogido las definiciones y relaciones entre los parámetros tras haber llamado γ_w al peso específico del fluido y G_s al de las partículas sólidas.

$$n = \frac{e}{1+e}$$

$$e = \frac{\text{Vol huecos}}{\text{Vol sólidos}}$$

$$n = \frac{\text{Vol huecos}}{\text{Vol total}}$$

$$S = \frac{\text{Vol líquido}}{\text{Vol huecos}} \cdot 100$$

$$W = \frac{\text{Peso de líquido}}{\text{Peso seco}} = \frac{1}{100} \frac{S e \gamma_w}{G_s}$$

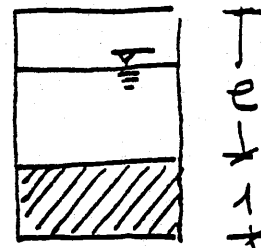


Figura 5.2

El postulado más importante de la Mecánica de suelos es el principio de las tensiones efectivas de Terzaghi.

Las tensiones *efectivas* se definen como

$$\sigma'_{ij} = \sigma_{ij} - u \delta_{ij} \quad (5.1)$$

donde σ_{ij} son las tensiones en equilibrio con las cargas exteriores (*tensiones totales*); u es la presión a la que se encuentra el fluido (*tensión neutra*) y δ_{ij} es la delta de Kronecker. En 5.1 se ha seguido el criterio, habitual en suelos, de considerar positivas las tensiones de compresión.

El principio de Terzaghi establece que el comportamiento mecánico de los suelos viene gobernado por las tensiones efectivas y así, por ejemplo, la

resistencia al corte viene definida por la ley

$$\tau = c' + (\sigma - u) \operatorname{tg} \phi' = c' + \sigma' \operatorname{tg} \phi' \quad (5.2)$$

donde c' y ϕ' son los valores efectivos de la cohesión y el ángulo de rozamiento respectivamente.

Las relaciones tensión-deformación en suelos no son lineales (figura 5.3) y presentan un comportamiento distinto cuando se analiza el comportamiento volumétrico o el de corte. En el caso de carga monótona seguido de descarga se observa un comportamiento semejante a la plasticidad con lazos de histéresis desde la presión a que se inicia la descarga (presión de preconsolidación σ_{pre}) y el estado de carga σ' . El índice de preconsolidación (OCR) está muy relacionado con comportamientos más o menos frágiles (figura 5.3.b).

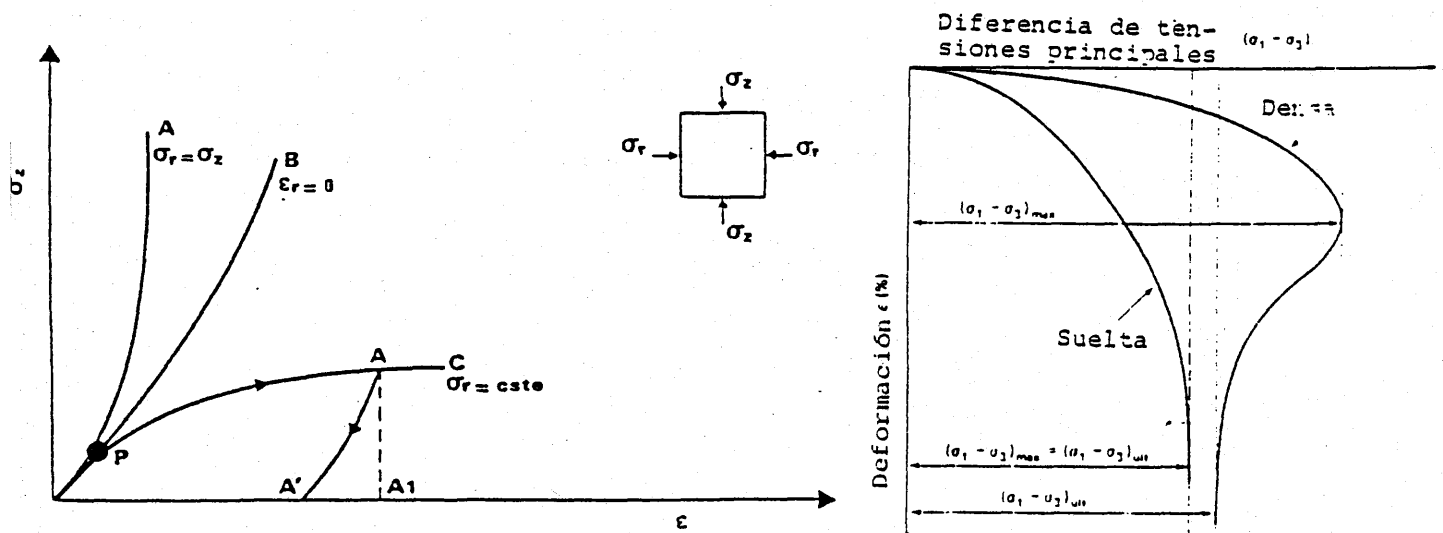


Figura 5.3

En el caso de carga cíclica se aprecian lazos de histéresis cuya anchura e inclinación depende de la amplitud de la deformación γ (figura 5.4); es decir, tanto la disipación como la rigidez de los suelos dependen de la amplitud de deformación.

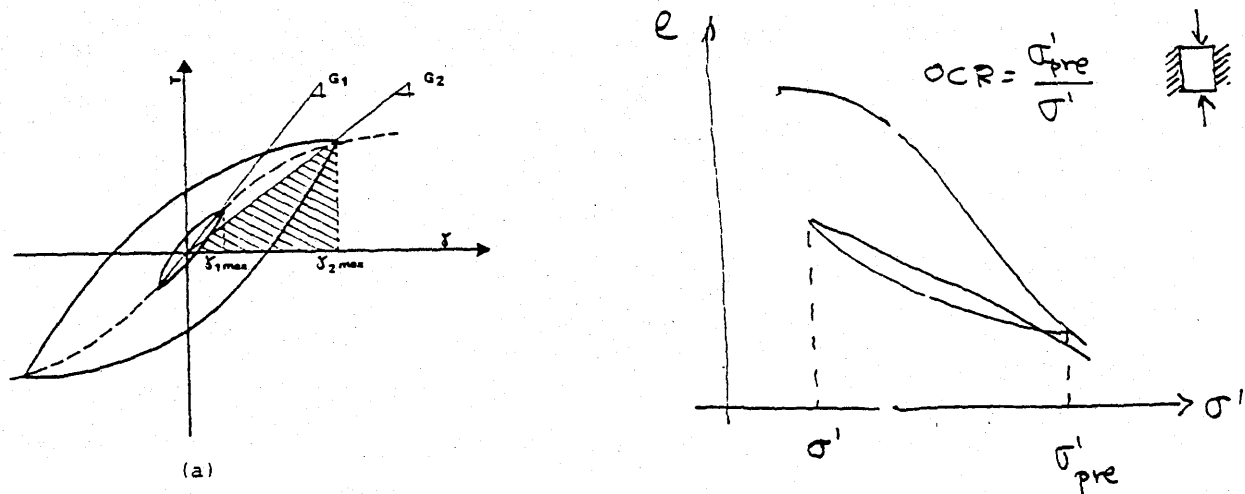


Figura 5.4

El carácter no lineal de la ley de comportamiento se puede demostrar con modelos tan sencillos como los empaquetamientos de esferas (figura 5.5)

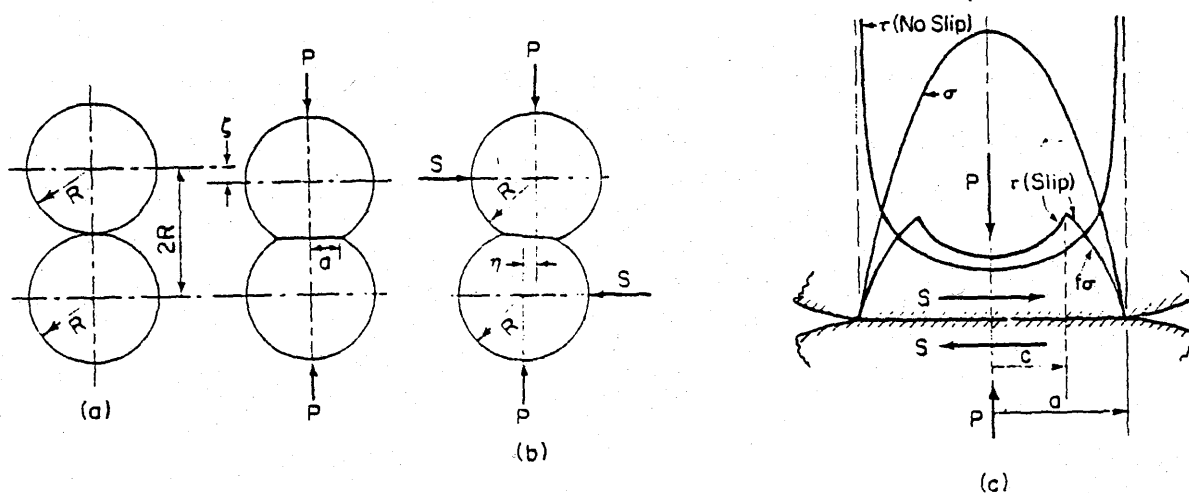


Figura 5.5

Mindlin y Deresiewicz demostraron que el módulo tangente es proporcional a la raíz cúbica de la tensión (ejercicio 5.2) y que la disipación en los procesos de carga y descarga en tensiones tangenciales están relacionados con deslizamientos en el anillo de la zona de contacto entre partículas donde la resistencia $\sigma \tan \phi$ se vería excedido por la tensión tangencial teórica (figura 5.5 c). Un análisis riguroso permite obtener curvas del tipo indicado en 5.4 (b).

5.2.1 MODELOS DE WOOD Y GASSMAN

Estos modelos se aplican respectivamente al caso de suspensiones en que el esqueleto de suelo no transmite cortantes y a un suelo saturado con resistencia al corte. Este último caso es adecuado a bajas frecuencias debiendo ser tratado mediante una teoría más complicada (Biot) en el caso general.

Si se tiene una suspensión de sólidos y líquido las propiedades se obtienen con relativa sencillez. La densidad por ejemplo es

$$\rho = \frac{\text{masa sólido} + \text{masa fluido}}{\text{volumen}} = \frac{\rho_s V_s + \rho_w V_w}{V} = \rho_s n_s + \rho_w n_w \quad (5.3)$$

donde n_s y n_w son las proporciones volumétricas de sólido y fluido.

Ante una carga sólido y fluido actúan como muelles en serie. Si sus módulos de compresibilidad son K_s y K_w se tienen como cambios de volumen

$$\begin{aligned} \theta_w &= \frac{1}{K_w} \sigma = \frac{\Delta V_w}{V_w} = \frac{1}{n_w} \frac{\Delta V_w}{V} \\ \theta_s &= \frac{1}{K_s} \sigma = \frac{\Delta V_s}{V_s} = \frac{1}{n_s} \frac{\Delta V_s}{V} \end{aligned} \quad (5.4)$$

Sumando los cambios de volumen se tiene

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta V_w + \Delta V_s}{V} = \left(\frac{n_w}{K_w} + \frac{n_s}{K_s} \right) \sigma \quad (5.5)$$

es decir, el módulo de compresibilidad equivalente es

$$k = \frac{1}{\frac{n_w}{K_w} + \frac{n_s}{K_s}} \quad (5.6)$$

lo que unido a (5.3) permite calcular la velocidad de propagación de las ondas P en este medio

$$\alpha = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{n_w}{K_w} + \frac{n_s}{K_s} \right) (\rho_s n_s + \rho_w n_w)}} \quad (5.7)$$

Esta expresión, llamada generalmente fórmula de Wood, ha sido utilizada con éxito para el caso de suspensiones y sedimentos. El modelo anterior puede extenderse al caso en que sólo haya líquido y gas. En esta situación si V_a es el volumen de gas

$$n_s = \frac{V_a}{V}; \quad k_s = k_a$$

$$n_w = 1 - \frac{V_a}{V};$$

donde k_s es el módulo de compresibilidad del gas y

$$\frac{1}{k_{aw}} = \frac{1 - \frac{V_a}{V}}{k_w} + \frac{\frac{V_a}{V}}{k_a} \quad (5.8)$$

o bien

$$k_{aw} = \frac{k_w}{1 + \frac{V_a}{V} \left(\frac{k_w}{k_a} - 1 \right)} \quad (5.9)$$

que indica claramente la reducción que una barrera de burbujas puede producir en el módulo de compresibilidad del agua (ejercicio 5.3).

Cuando se dispone de un esqueleto sólido con un módulo de compresibilidad k' y un módulo de rigidez G' se pueden transmitir ondas S y ondas P.

Las primeras tienen una celeridad

$$\beta = \sqrt{\frac{G'}{\rho}} \quad (5.10)$$

donde ρ se obtiene de (5.3) si el terreno está saturado. Por su parte las ondas P se transmiten con

$$\alpha = \sqrt{\frac{1+2G'}{\rho}} = \sqrt{\frac{k + \frac{2}{3}G'}{\rho}} \quad (5.11)$$

donde se puede demostrar (ejercicio 5.4) que el módulo de compresibilidad k equivalente del sistema suelo-agua está dado por (Gasmann 1954)

$$k = k' - \frac{(1 - \frac{k'}{k_s})^2}{n \left(\frac{1}{k_s} - \frac{1}{k_w} \right) - \frac{1}{k_s} \left(1 - \frac{k'}{k_s} \right)} \quad (5.12)$$

Obsérvese que si $k' = 0$ se recae en la fórmula de Woods.

Como se ha dicho más arriba, Gassman supone válida la ecuación (5.3) lo que equivale a admitir la ausencia de movimiento relativo entre agua y esqueleto del suelo. Esta hipótesis, aceptable a bajas frecuencias, debe ser corregida para valores altos, por ejemplo en los trabajos de prospección petrolera; en estos casos se utiliza la teoría desarrollada por Biot (1956 y 1962) que además de las ondas P y S predice la existencia de una onda intermedia.

Aunque en algunos problemas de interacción fluido-suelo-estructura se está empleando la teoría de Biot (Domínguez 1991) en general para los temas sísmicos es suficiente la aplicación del modelo de Gassman cuyo límite de validez se puede situar en

$$f < 0.1 \left(\frac{\eta}{2\pi \alpha \rho_w} \right)$$

η : viscosidad α : permeabilidad

5.2.2 AMORTIGUAMIENTO INTERNO

Generalmente las propiedades de amortiguamiento del material se establecen en los medios viscoelásticos mediante el modelo de Kelvin-Voigt, en el que se generaliza la ley de Hooke haciendo intervenir las velocidades de deformación $\dot{\epsilon}$

(el punto significa derivada respecto al tiempo) y dos nuevos parámetros λ' y G' de tal forma que la ley de comportamiento es

$$\sigma_{ij} = \lambda \theta \delta_{ij} + 2G \epsilon_{ij} + \lambda' \dot{\theta} \delta_{ij} + 2G' \dot{\epsilon}_{ij} \quad (5.13)$$

y las ecuaciones de campo

$$\rho \ddot{u}_i = (\lambda + G) \text{grad div } \underline{u} + G \nabla^2 \underline{u} + (\lambda' + G') \text{grad div } \dot{\underline{u}} + G' \nabla^2 \dot{\underline{u}} \quad (5.14)$$

Generalmente se admite la hipótesis de Quimby (1925)

$$\frac{\lambda}{G} = \frac{\lambda'}{G'} \quad (5.15)$$

que permite reducir a uno sólo los parámetros introducidos.

El significado de G' se puede extraer de un ejemplo sencillo; imagínese una onda S propagándose en el sentido de las x positivas

$$V = A e^{i\omega(t - \frac{x}{c})} \quad (5.16)$$

con lo que la ecuación de campo se reduce a

$$G \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + G' \frac{\partial^3 V}{\partial t \partial x^2} = \rho \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} \quad (5.17)$$

Al ser armónico el movimiento esta ecuación se puede escribir como

$$(G + i\omega G') \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \quad (5.18)$$

o bien

$$G^* \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \quad (5.19)$$

donde la rigidez compleja

$$G^* = (G + i\omega G') = G \left(1 + i\omega \frac{G'}{G}\right) \quad (5.20)$$

juega un papel semejante al desempeñado por la del sistema muelle-

amortiguado en modelos de un grado de libertad (Apéndice 1).

$$k^* = k \left(1 + i \frac{\omega}{\omega_n} 2\zeta\right) \quad (5.21)$$

donde ω es la frecuencia de excitación, ω_n la frecuencia propia del sistema y ζ el índice de amortiguamiento.

Como (el sistema muelle-amortiguador describe un lazo de histeresis elíptico asimilable al comportamiento cíclico del suelo para valores pequeños) de ζ tan solo en las proximidades de ω_n tiene importancia el amortiguamiento, se puede hacer

$$k^* = k (1 + i2\zeta) \quad (5.22)$$

y proceder a la identificación

$$\frac{\omega \dot{G}}{G} = 2 \zeta \quad (5.23)$$

que permite relacionar G' con el índice de amortiguamiento del material y establecer la cota ($\zeta \leq 1$)

$$\dot{G} \leq \frac{2}{\omega} G \quad (5.24)$$

De la relación (5.19) se deduce

$$c^2 = \frac{G^*}{\rho} = \beta^2 (1 + i2\zeta) \quad (5.25)$$

o bien

$$\frac{1}{c} = \frac{1}{\beta \sqrt{1+4\zeta^2}} (1-i2\zeta)^{\frac{1}{2}} \sim \frac{1}{\beta} (1-i\zeta) \quad (5.26)$$

El significado de la celeridad compleja se obtiene al sustituir en la ecuación (5.16)

$$V = A e^{i\omega(t-\frac{x}{\beta})} e^{-\frac{\omega\zeta}{\beta}} = e^{-\alpha x} [A e^{i\omega(t-\frac{x}{\beta})}] \quad (5.27)$$

$$\alpha = \frac{\omega\zeta}{\beta} = \frac{1}{2} \frac{\omega^2 \dot{G}}{G} \frac{1}{\beta}$$

que representa una onda modulada por una exponencial decreciente con la distancia.

Obsérvese que si \dot{G} y G son constantes ζ crece con la frecuencia y α con su cuadrado, lo que provoca una caída muy rápida de las altas frecuencias. Frente a este modelo viscoso, Knopoff propuso el *amortiguamiento histerético* en que se hace

$$\omega \dot{G} = \dot{G}_k = cte$$

con lo que

$$\begin{aligned} \zeta &= cte \\ \alpha &< > \omega \end{aligned} \quad (5.28)$$

Una interesante discusión sobre las limitaciones de éste modo de proceder puede verse en Crandall (1970)

Para los materiales de la corteza terrestre, Kanai (1983) propone la relación

$$\frac{\dot{G}}{\beta^3} \sim 10^{-7} \quad (\text{unidades CGS}) \quad (5.29)$$

5.2.3 PEQUEÑAS DEFORMACIONES

En el caso de pequeñas deformaciones

$$(\gamma < 10^{-3} \%)$$

el suelo puede considerarse como un medio elástico y disipativo. Los parámetros característicos pueden ser evaluados tal como se indicó en el capítulo II mediante ensayos tipo cross-hole o en laboratorio con la columna resonante (ejercicio) (figura 5.6).

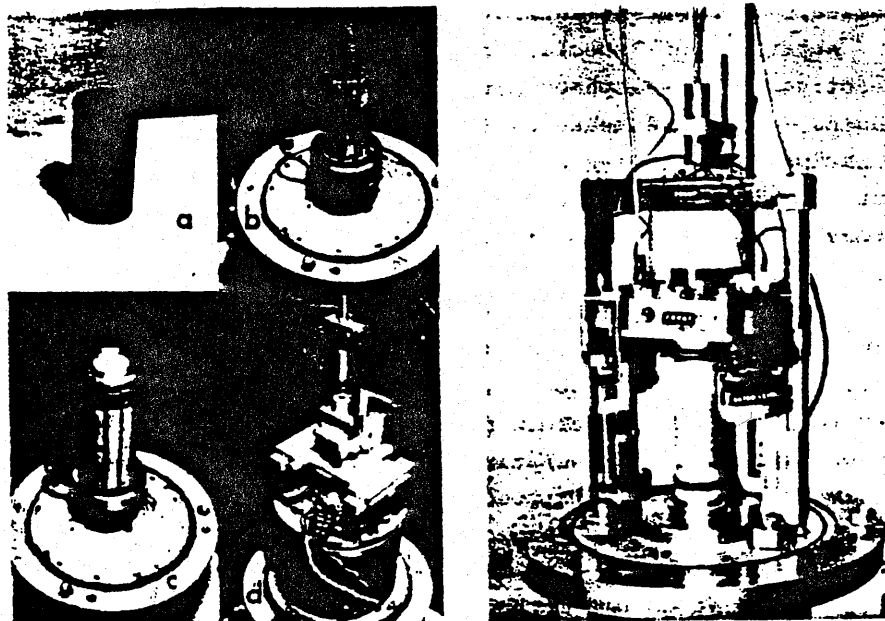


Figura 5.6

Algunas fórmulas de trabajo han sido propuestas por Hardin y Richard (1963), Hardin y Drnevitch (1972) y Seed e Idriss (1970).

Para arenas, la fórmula de Hardin y Richart es

$$G'_{(p.s.i.)} = \frac{2630 (2.17 - e^2)}{1 + e} \sqrt{\sigma'_0 (p.s.i.)} \quad (5.30)$$

Mientras que Seed e Idriss proponen una relación basada en la densidad relativa

$$G'_{(p.s.i.)} = 83.3 K_2^* \sqrt{\sigma'_{oct} (p.s.i.)} \quad (5.31)$$

donde K_2^* se extrae de la figura 5.7 en función del número N resultante del ensayo de penetración SPT o bien de la densidad relativa D_r (ejercicio 5.5).

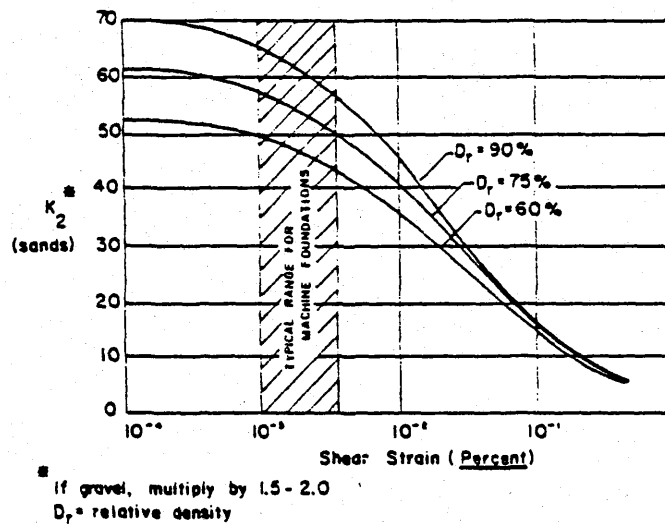


Figura 5.7

En el caso de *arcillas* la relación de Hardin y Drnevitch presupone una variación del módulo de rigidez del tipo

$$G' = \frac{G'_{max}}{1 + \frac{\gamma}{\gamma_r}} \quad (5.32)$$

En esta fórmula G_{\max} se puede expresar en función del índice de huecos e , el índice de preconsolidación OCR , la tensión octaédrica efectiva σ'_{oct} y un factor relacionado con el índice de plasticidad según la tabla 5.1.

Tabla 5.1

PI	k
0	0
20	0,18
40	0,30
60	0,41
80	0,48
≥ 100	0,50

La fórmula de Hardin y Drnevitch es

$$G_{\max}(\text{psi}) = 1230 \frac{(2973 - e)^2}{1 + e} (OCR)^k \sqrt{\sigma'_{oct}} (\text{psi}) \quad (5.33)$$

La determinación de γ_r se realiza utilizando el criterio de Mohr-Coulomb; dado el estado de tensiones principales vertical σ'_v y horizontal $K_0 \sigma'_v$ es fácil ver (ejercicio 5.6) que la tensión tangencial máxima que se puede superponer es

$$(5.34) \quad \tau_{\max}^2 = \left[\frac{1+K_0}{2} \sin \psi' \sigma'_v + c' \cos \psi' \right]^2 - \left[\frac{1-K_0}{2} \sigma'_v \right]^2$$

y con ello determinar

$$\gamma_r = \frac{\tau_{\max}}{G'_{\max}} 100 \quad (5.35)$$

lo que permite fijar el valor de G' .

Como puede observarse, los valores de G' dependen de la tensión octaédrica efectiva. Puesto que ésta varía bajo el cimiento es costumbre tomar una decisión conservadora buscando el valor mínimo resultante al superponer las tensiones in-situ con las sobrecargas

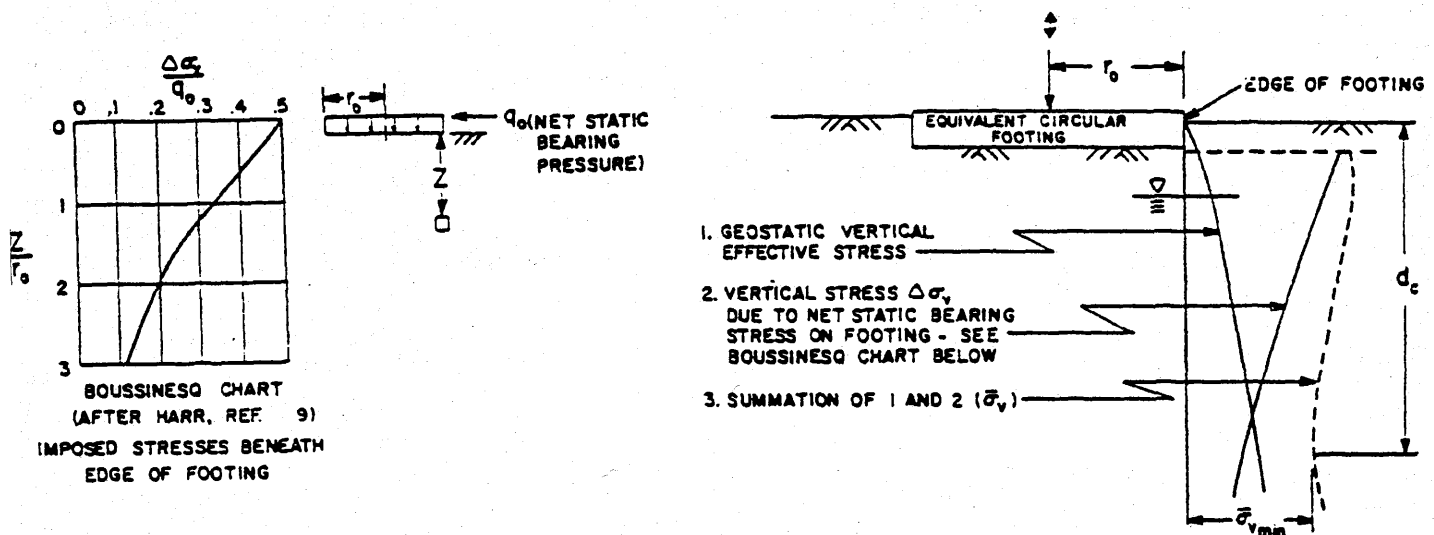


Figura 5.8

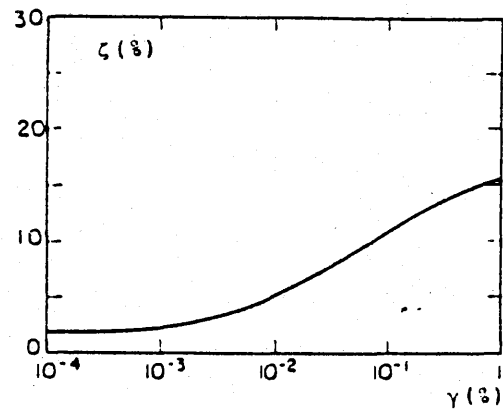
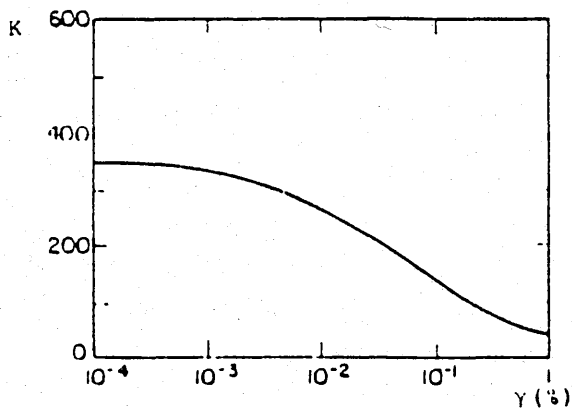
En ocasiones se recomienda (EC8 - PArt 5) relacionar directamente el módulo de rigidez con la aceleración inducida por el terremoto (Tabla 5.2)

Tabla 5.2

Aceleración máxima del suelo	$\leq 0,10 \text{ g}$	$0,15 \text{ g}$	$0,20 \text{ g}$	$\geq 0,30 \text{ g}$
G/G_{\max}	0,80	0,65	0,50	0,40
β/β_{\max}	0,90	0,80	0,70	0,65

donde β_{\max} es la celeridad media de las capas de suelo bajo el cimiento y G_{\max} el módulo de rigidez medio.

La tabla 2.1 recoge algunos datos de interés para primeros tanteos, mientras que las figuras 5.9 y 5.10 se refieren a las propiedades elásticas y de disipación.



SUELOS COHESIVOS

Valores del módulo de rigidez G y del índice de amortiguamiento recomendados por Seed e Idriss.

$$G = K S_u$$

Figura 5.9

Figura 5.10

5.2.3.1 IMPEDANCIA DE ZAPATAS RIGIDAS

Un tema de mayor interés en cimientos de máquina y estructuras bajo carga sísmica es la respuesta del semiespacio a carga armónica que permite su sustitución por un sistema equivalente de rigidez y disipación

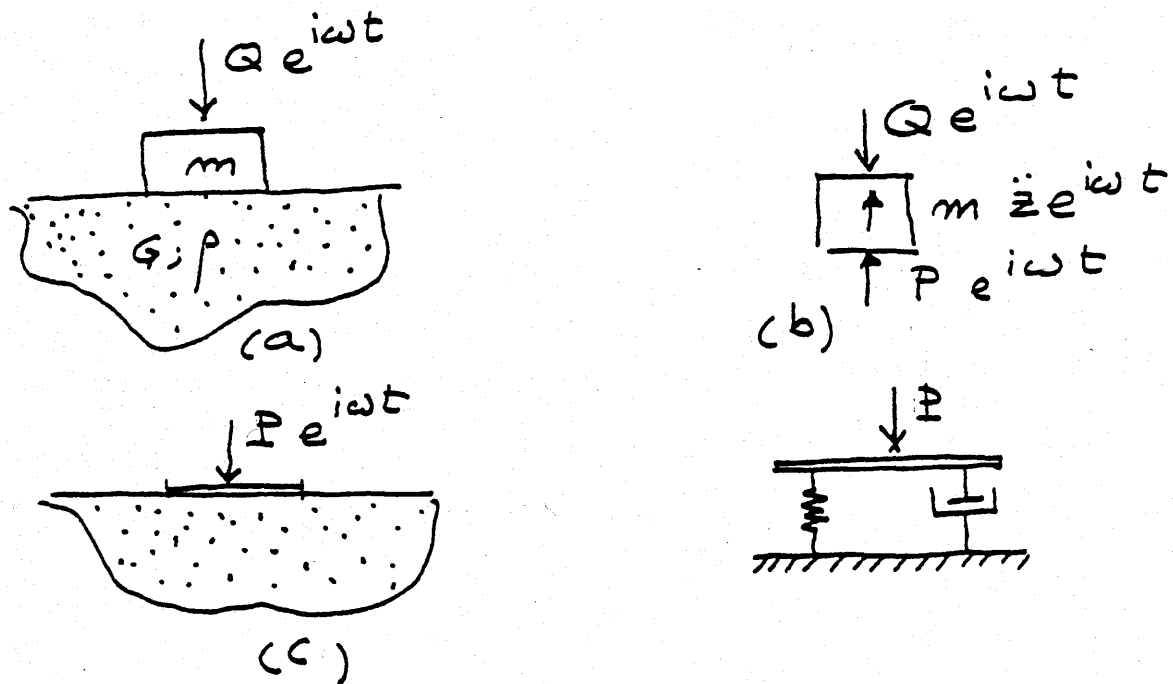


Figura 5.11

Considérese (figura 5.11 a) una masa rígida de base circular sobre un semiespacio elástico caracterizado por sus propiedades G y ρ . Si sobre la masa actúa una carga armónica $Q e^{i\omega t}$, en régimen permanente la reacción del suelo es del tipo $P e^{i\omega t}$ donde P será, en general, complejo. El equilibrio (fig. 5.11 b) implica

$$m \ddot{Z} + P = Q \quad (5.36)$$

donde Z es la amplitud del movimiento vertical en régimen permanente.

De este modo el problema se reduce a resolver el caso de la figura 5.11c correspondiente a una placa sin masa soldada al borde del semiespacio. La solución se puede poner en la forma

$$P = (k + i\omega c) Z = kZ + c\dot{Z} \quad (5.37)$$

con lo que, al sustituir en (5.36)

$$m\ddot{Z} + c\dot{Z} + kZ = Q \quad (5.38)$$

se obtiene la ecuación de un sistema con 1 g.d.l. y el suelo se ha sustituido (fig. 5.11 d) por un sistema equivalente de muelle y amortiguador y este último representa la energía de *radiación* disipada por el semiespacio hacia el infinito.

Es costumbre establecer la frecuencia adimensional

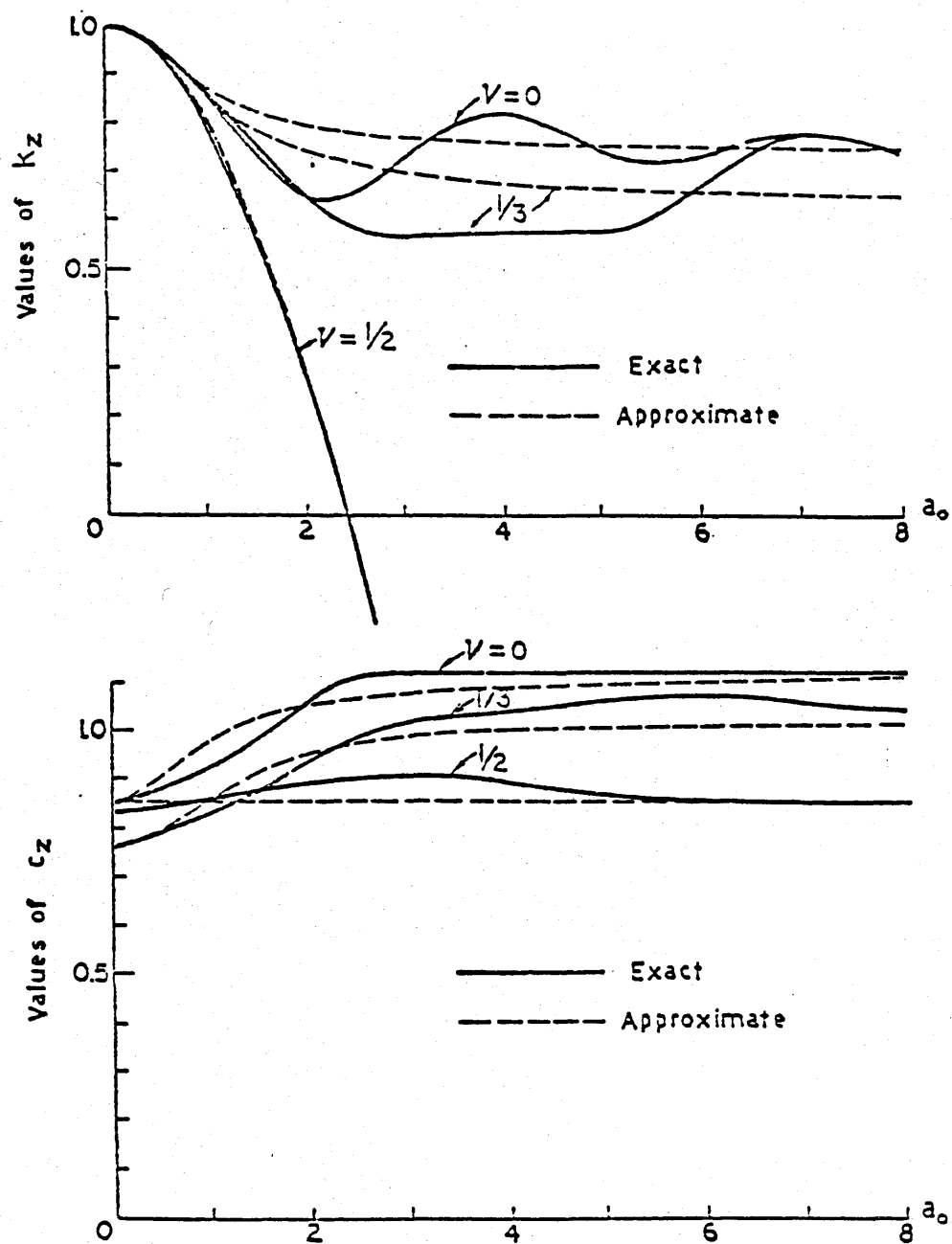
$$a_0 = \frac{\omega r}{\beta} \quad (5.39)$$

donde r es el radio de la zapata y β la celeridad de las ondas S en el semiespacio y plantear la rigidez (5.19) factorizando el valor estático.

Con ello

$$K_{eq} = K_s (k^* + ia_0 c^*) \quad (5.40)$$

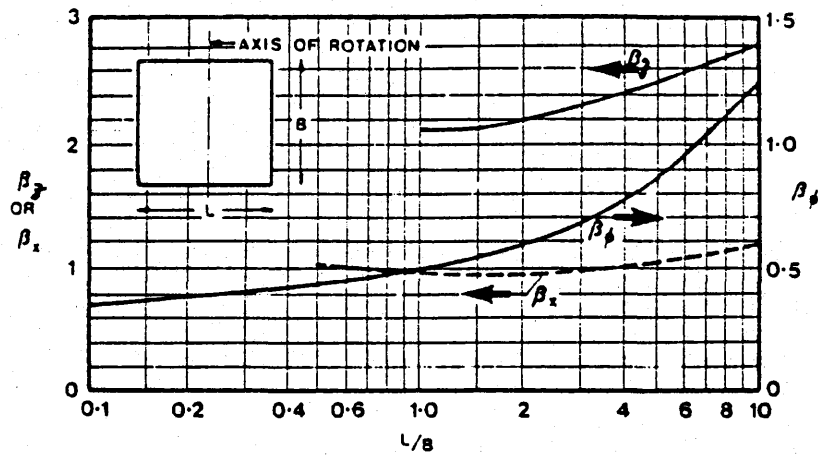
Los valores de k^* y c^* dependen de la frecuencia (figura 5.12) aunque para los casos habituales se han establecido fórmulas simplificadas que permiten la utilización de la analogía en el dominio del tiempo.



FUNCTIONS k_z AND c_z FOR VERTICALLY EXCITED DISK

Figura 5.12

Las mas comunes son las propuestas por Richard, Hall y Woods (figura 5.13).



Coefficients β_x , β_y , and β_θ for rectangular footings (after Whitman and Richart⁵)

Discrete foundation properties for rigid plate on elastic half-space

Motion	Circular footings			Rectangular footings
	Spring stiffness k	Viscous damper*	Added mass*	Spring stiffness k
Vertical	$\frac{4GR}{1-\nu}$	$1.79\sqrt{k\rho R^3}$	$1.5\rho R^3$	$\frac{G}{1-\nu}\beta_{zy}(BL)$
Horizontal	$\frac{8GR}{2-\nu}$	$1.08\sqrt{k\rho R^3}$	$0.28\rho R^3$	$2G(1+\nu)\beta_{xy}(BL)$
Rocking	$\frac{8GR^3}{3(1-\nu)}$	$0.47\sqrt{k\rho R^5}$	$0.49\rho R^5$	$\frac{G\beta_\theta BL^2}{1-\nu}$
Torsion	$\frac{16GR^3}{3}$	$1.11\sqrt{k\rho R^5}$	$0.7\rho R^5$	†

G is the shear modulus for the soil, where $G = E/2(1 + \nu)$, ν is Poisson's ratio for soil, ρ is mass density for soil, R is radius of footing, B, L , are the plan dimensions of rectangular pads, and $\beta_x, \beta_y, \beta_\theta$ are coefficients given in Figure

* The properties come from Clough and Penzien,

† For torsional spring stiffnesses of rectangular footings see Newmark and Rosenblueth,

Figura 5.13)

5.2.4

GRANDES DEFORMACIONES

En estados últimos se producen grandes deformaciones que pueden ocasionar la ruina de la estructura y de las obras relacionadas con el suelo.

Un conocido efecto de suelos granulares no saturados es la densificación provocada por las vibraciones repetidas. El orden de magnitud de los asientos esperables al pasar de una configuración floja a otra densa puede llegar a ser del 30% (ejercicio 5.1), lo que es utilizado para compactar terrenos por métodos dinámicos.

Cuéllar (1977) propuso la siguiente fórmula de densificación

$$\varepsilon_p = \frac{1}{3m} \ln [1 - m \gamma^n N]$$

ε_p	asiento vertical permanente
N	número de ciclos de tensión
m	- 33,33 D_r^2 + 61,66 D_r - 20
n	- 0,95 D_r^2 + 2,33 D_r + 0,54
D_r	índice de densidad relativa (no %)
γ	máxima deformación tangencial (en %)

$$\gamma(\%) = \frac{\sqrt{2}}{3G} \sigma_d 100$$

σ_d	tensión dinámica aplicada (fig. 5.14)
------------	---------------------------------------

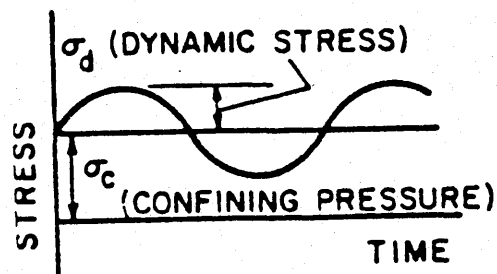


Figura 5.14

La figura 5.15 recoge el efecto del número y amplitud de los ciclos de tensión sobre la deformación permanente según D'Appolonia (1970).

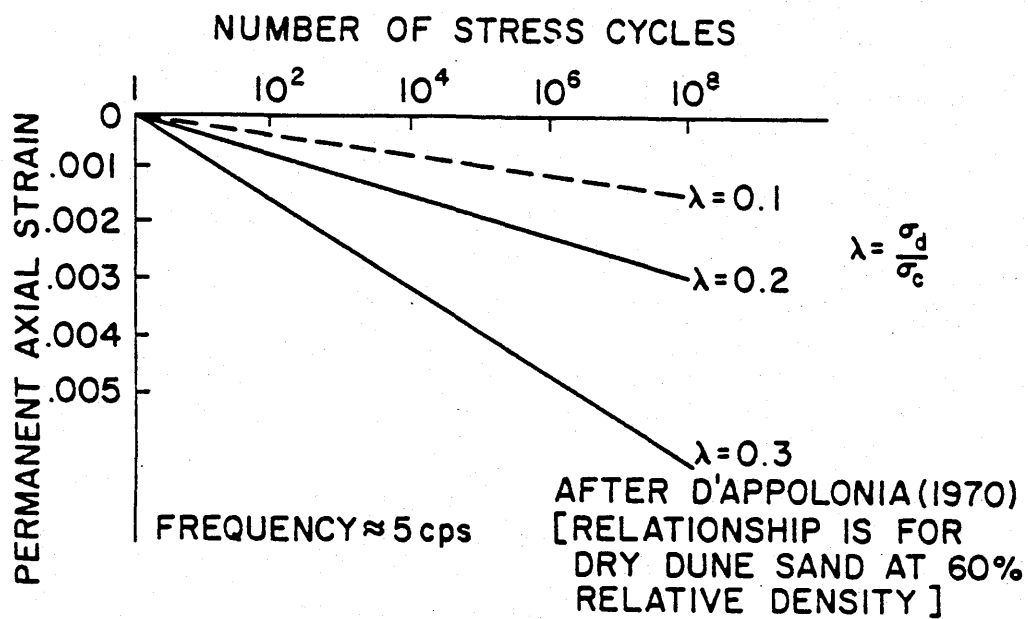


Figura 5.15

Un modelo sencillo para calcular grandes desplazamientos irreversibles fue propuesto por Newmark y consiste en integrar las aceleraciones alternativas sufridas por una masa que roza según una ley de Coulomb. El método se utiliza en presas de tierra y muros de contención (ejercicio 5.7) (figura 5.16)

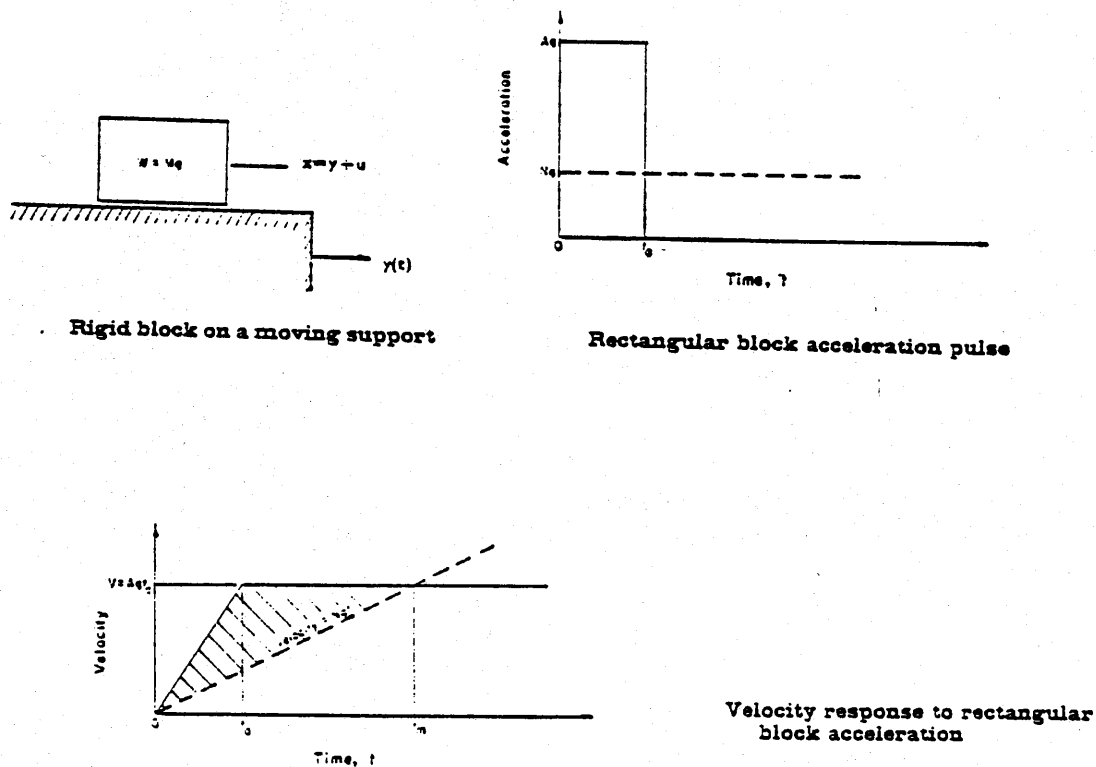
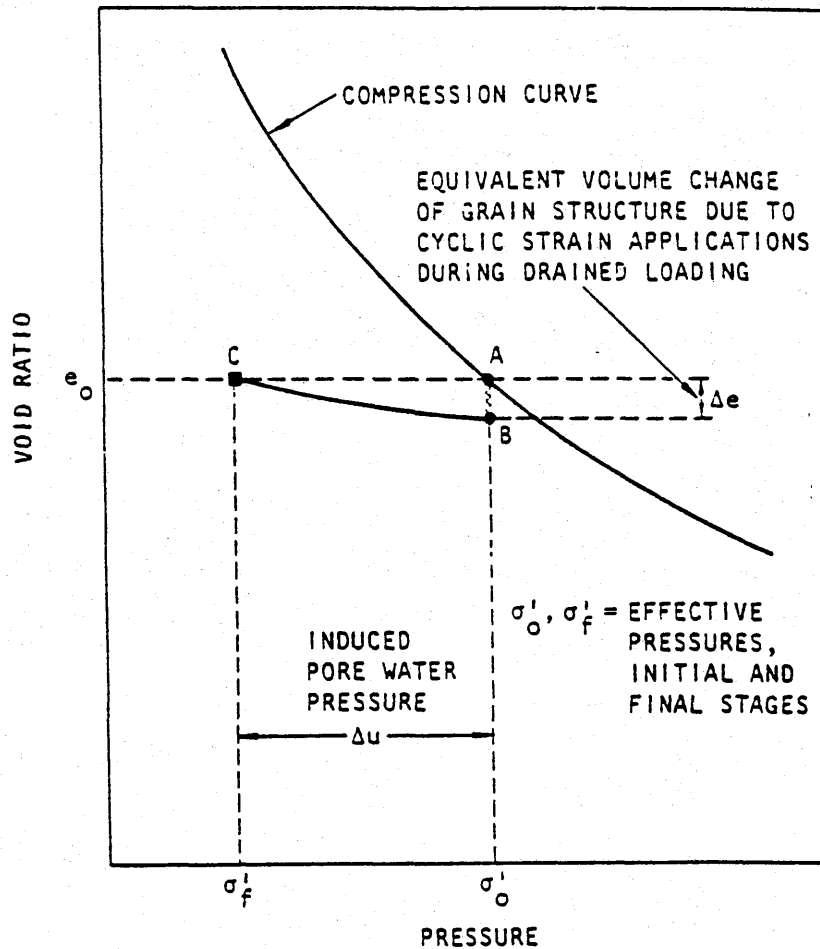


Figura 5.16

Finalmente, uno de los problemas más graves que pueden presentarse con grandes desplazamientos es la licuación del terreno. Según se indicó en el capítulo I existe abundante experiencia sobre la licuación de terrenos granulares flojos saturados bajo la capa freática a menos de 15 m de la superficie.

El mecanismo de licuación es una disminución de las tensiones efectivas debido a la subida de las presiones neutras por efecto de la dilatancia del material ante las sacudidas repetidas en condiciones, prácticamente de carga sin drenaje.



Schematic illustration of mechanism of pore pressure generation during cyclic loading.

Figura 5.17

La figura 5.17 recoge de una forma cualitativa el proceso: un suelo flojo en condiciones sin drenaje debe moverse en la línea AA'. Por efecto de una sacudida tendería a reducir su volumen y situarse en la línea BB' lo que, debido a la ausencia de drenaje implica una descarga hasta $\sigma'_{VB} \ll \sigma'_{VA}$. Si las

tensiones efectivas disminuyen, la resistencia al corte disminuye y se puede alcanzar la situación de fallo mencionada. Los suelos densos tienen tendencia a aumentar de volumen por lo que en ellos se produce un fenómeno limitado en el tiempo y denominado movilidad cíclica.

Se suele admitir que no existen posibilidades de licuación cuando se cumple alguna de las siguientes propiedades

- a) Las arenas tienen un contenido de arcilla (material más fino que $5\ \mu\text{m}$) mayor del 20% con un Índice de Plasticidad > 10 .
- b) Las arenas tienen un contenido de limo (material más fino que $74\ \mu\text{m}$) mayor del 10% y al mismo tiempo la resistencia SPT corregida $N_1 > 20$.
- c) Las arenas tienen un $N_1 > 25$.

Para reproducir el fenómeno se han utilizado diversos modelos matemáticos de los que el propuesto por Pastor et al (1985) utiliza la plasticidad asociada y el de Blazquez et al (1978) la teoría endocrónica.

Desde el punto de vista práctico, son muy interesantes las curvas que correlacionan los límites admisibles para la tensión τ normalizada en función del SPT (figura 5.18)

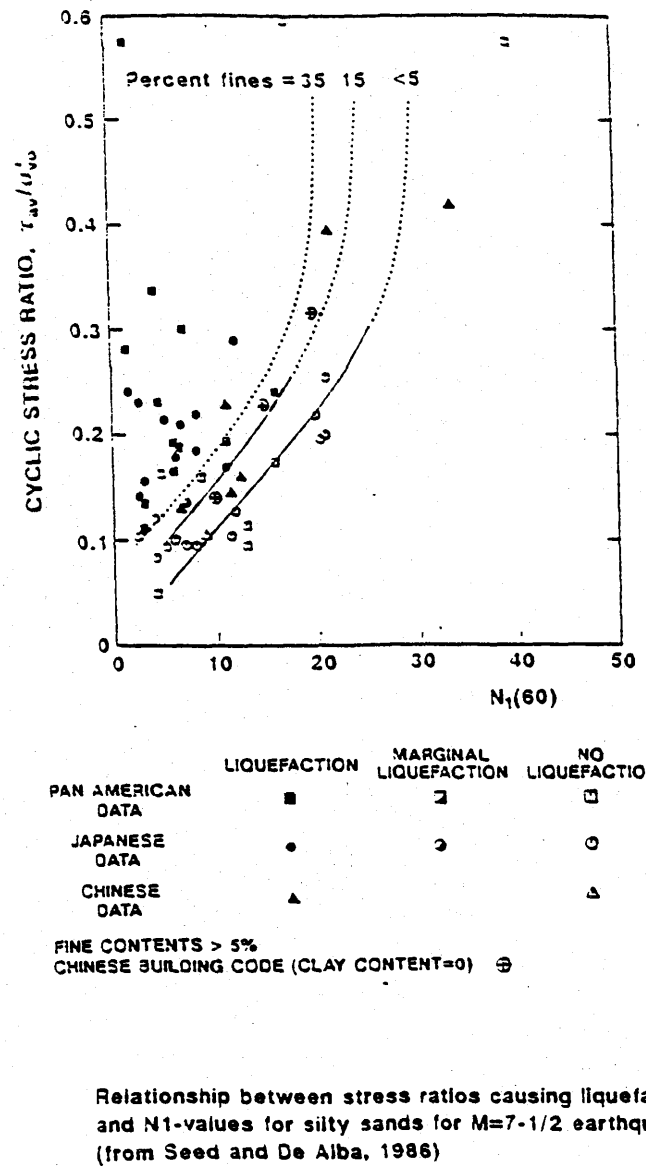
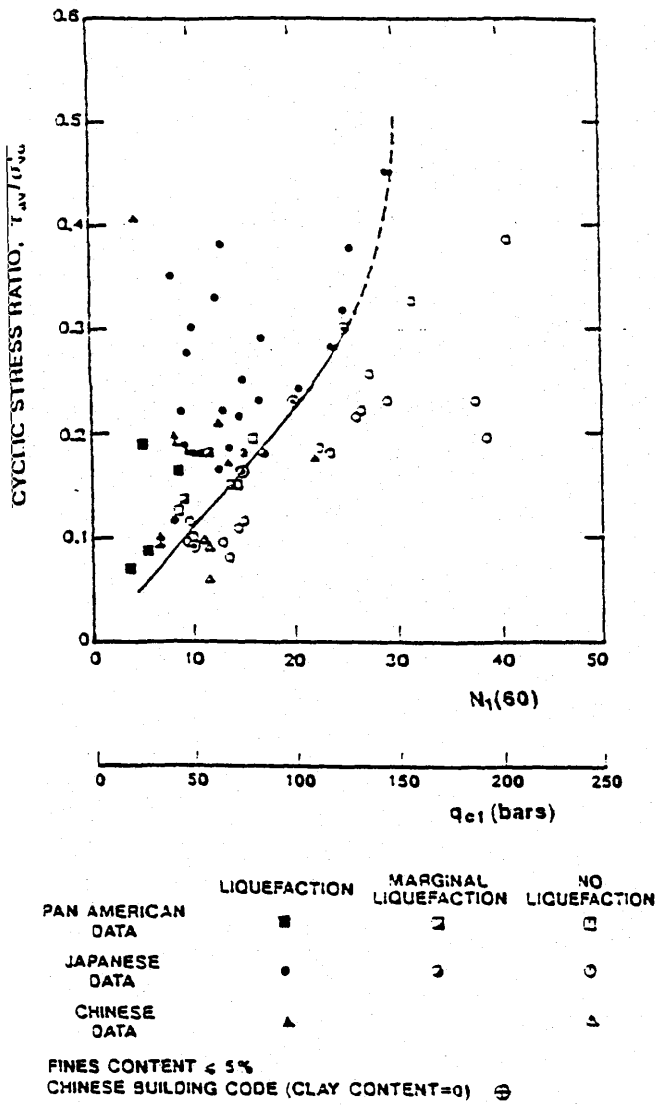


Figura 5.18

El SPT en campo N , se corrige a una presión vertical de 100kPa.

$$N_1 = N \sqrt{\frac{100}{\sigma_v}} \quad (5.41)$$

y a un 60% de la energía de impacto sobre la teoría de caída

$$(N_1)_{60} = N_1 \frac{ER}{60} \quad (5.42)$$

donde ER es el índice de energía $\times 100$.

Con el mismo fin se utilizan las fórmulas de Ambraseys válidas para un contenido de finos inferior al 5% y dependiente de la magnitud M del terremoto.

Para $6 \leq M < 7,5$

$$\frac{\tau}{\sigma_v} = 0,4 (N_1)_{60}^{0,755} e^{[0,06 (N_1)_{60} - 0,525 M]}$$

Para $M \geq 7,5$

$$\frac{\tau}{\sigma_v} = ,29 (N_1)_{60}^{0,755} e^{[0,06 (N_1)_{60} - 0,81 M]} \quad (5.43)$$

(Ejercicio 5.7)

Es igualmente interesante el método simplificado propuesto por Seed (ref. 5.14) .

5.3 AMPLIFICACION

La experiencia demuestra la importancia que determinados factores topográficos y geológicos tienen sobre las aceleraciones y desplazamientos de la superficie del terreno en relación con los que llegan a la base del emplazamiento.

Ya en el capítulo I se puso de manifiesto la importancia del tipo de terreno y su estratificación para comprender la diferencia de efectos según zonas en el terremoto de Michoacán de 1985. A ello habría que añadir las grandes aceleraciones (aprox. 1,25 g) observadas en un estribo de la presa de Pacoima y achacables a la topografía.

A continuación se incluyen someras observaciones sobre estos fenómenos reflejados en la figura 5.18.

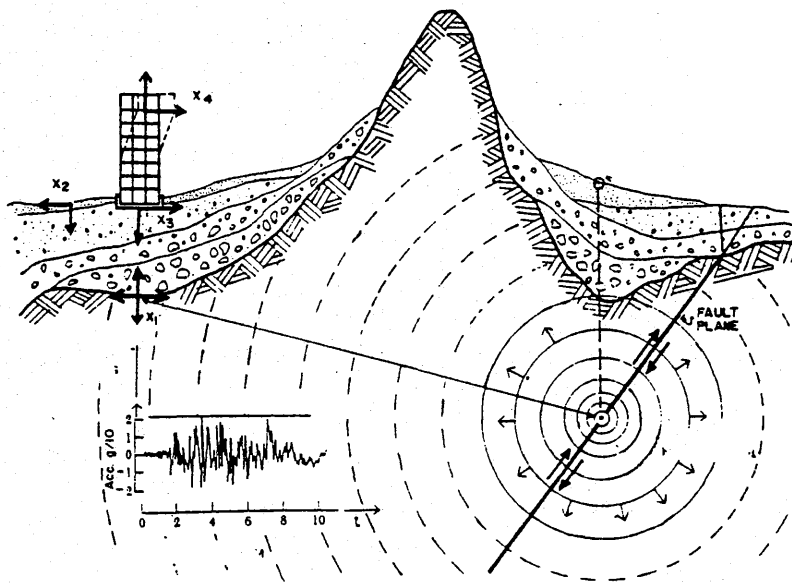


Figura 5.18

5.3.1 EFECTOS TOPOGRAFICOS

Aunque el número de registros existente no permite establecer una ley empírica definitiva parecer ser que las elevaciones incrementan el valor de los desplazamientos y aceleraciones, mientras que los valles las amortiguan. Esta idea es confirmada a grosso modo por los estudios teóricos.

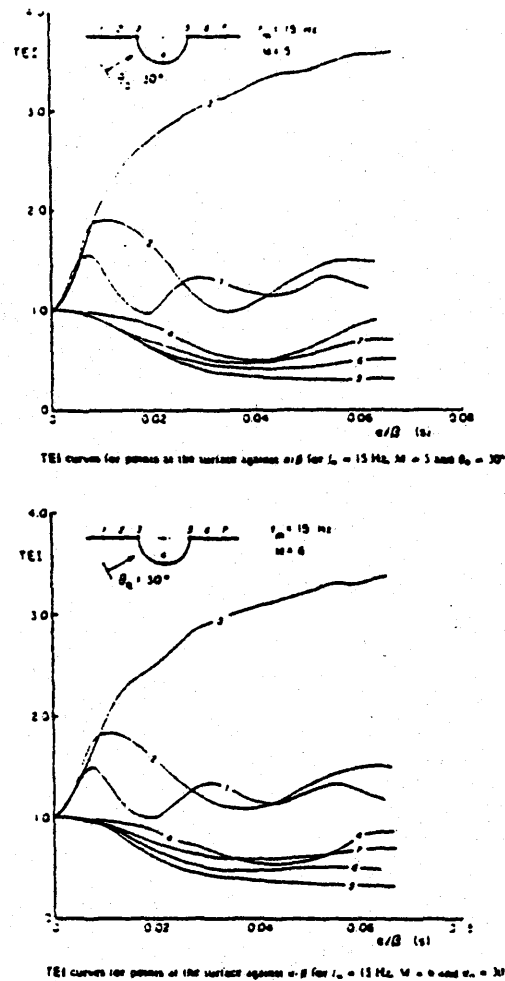


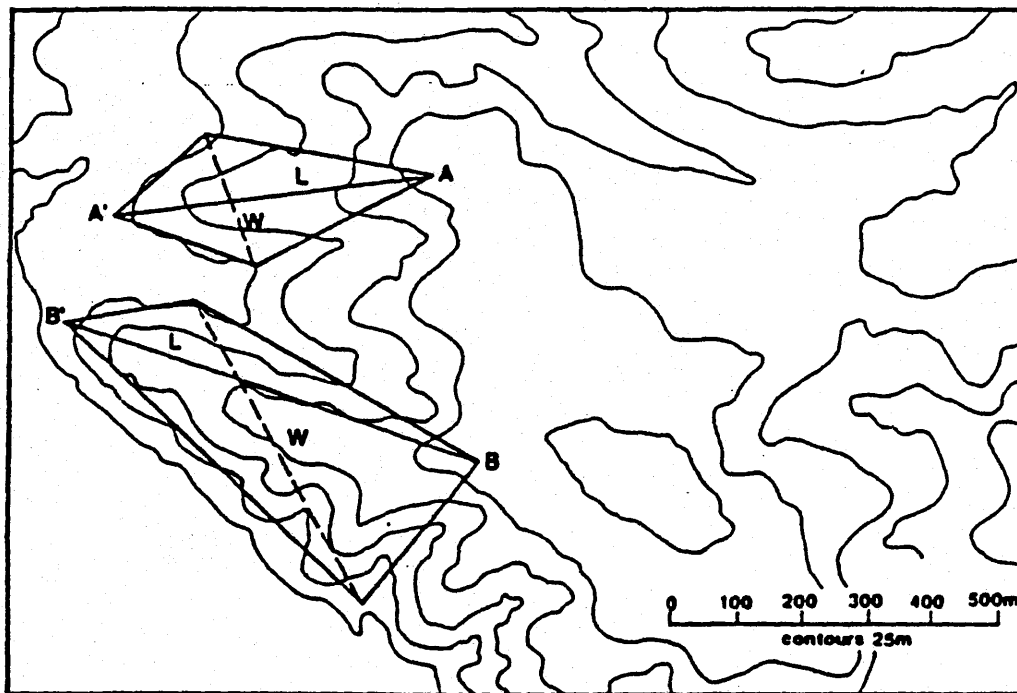
Figura 5.19

La Figura 5.19, preparada por Abascal et al (198), muestra las amplificaciones y reducciones provocadas por la topografía en un modelo de valle muy sencillo sobre un medio elástico, homogéneo e isótropo. La referencia 5.13 estima que los efectos más fuertes se producen para períodos

$$T_1 = \frac{W}{\beta} \quad T_2 = \frac{HL}{W\beta} \quad (5.44)$$

donde W, H y L son el ancho, alto y largo de la colina (figura 5.20) según se

indica.



Geometric constructions to measure ridge dimensions ;

the ridge height H is taken as the altitude difference between points A and A' , or B and B'

Figura 5.20

Las amplitudes puede llegar a duplicarse alrededor de estos períodos y en las cumbres, aunque se aminoran rápidamente al llegar a la base lo que introduce problemas del máximo interés para el estudio de temas como la interacción terreno-estructura en estribos de grandes presas.

5.3.2 ESTRATIFICACION

Ya se ha estudiado en el apartado 2.2.3 el método de Thomson-Hastkell que permite determinar la relación de movimientos entre diferentes capas de terreno.

Una aplicación simple se observa en la Figura 5.21.

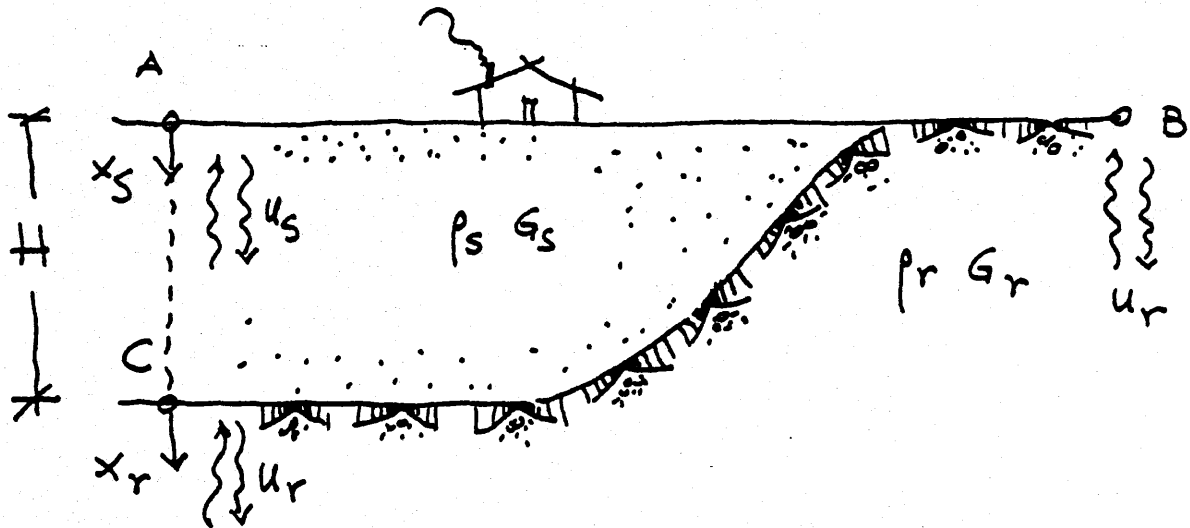


Figura 5.21

La influencia de un estrato de suelo (S) sobre un fondo rígido (r) se puede definir como el cociente de desplazamientos

$$H_{AC} = \frac{U_A}{U_C} \quad (5.45)$$

entre la superficie libre y el fondo inmediato, o con

$$H_{AB} = \frac{U_a}{U_b} \quad (5.46)$$

o función de transferencia entre la superficie libre del suelo y de fondo rígido en un posible afloramiento de éste último.

Para el primer caso el método de Thomson-Haskell permite escribir

inmediatamente

$$H_{AC} = \frac{1}{\cos k H} = \frac{1}{\cos \frac{\omega H}{\beta_s}} \quad (5.46)$$

Mientras que para el segundo caso es muy fácil demostrar (ejercicio 5.8) que

$$H_{AB} = \frac{2}{[e^{\frac{i\omega H}{\beta_s}} (1 + \frac{G_s}{G_r} \frac{\beta_r}{\beta_s}) + e^{-\frac{i\omega H}{\beta_s}} (1 - \frac{G_s}{G_r} \frac{\beta_r}{\beta_s})]} \quad (5.47)$$

Como puede verse, el primer caso pone de manifiesto frecuencias de resonancia

$$\frac{\omega_n H}{\beta_s} = (2n - 1) \frac{\pi}{2} \quad (5.48)$$

siendo la primera correspondiente a un período

$$T = 4 H \sqrt{\frac{\rho}{G_s}} \quad (5.49)$$

que puede amplificar movimientos en la bae. Si por ejemplo $\beta_s = 300$ m/seg. y $H = 30$ m., se tiene

$$T = \frac{4 \times 30}{300} = 0,4 \text{ seg.}$$

que está dentro de los valores habituales en estructuras medias.

Cuando se tiene en cuenta el amortiguamiento interno del material basta sustituir G por su valor complejo para obtener resultados de la función de transferencia, (ejercicio 5.9) que se transforme en

$$|H_{Ac}| = \frac{1}{\sqrt{\cos^2\left[\frac{H\omega}{\beta_s}\right] + \left[\frac{1}{2} \frac{H\omega}{\beta_s} \frac{G'\omega}{G}\right]^2 \sin^2\left[\frac{H\omega}{\beta_s}\right]}}$$

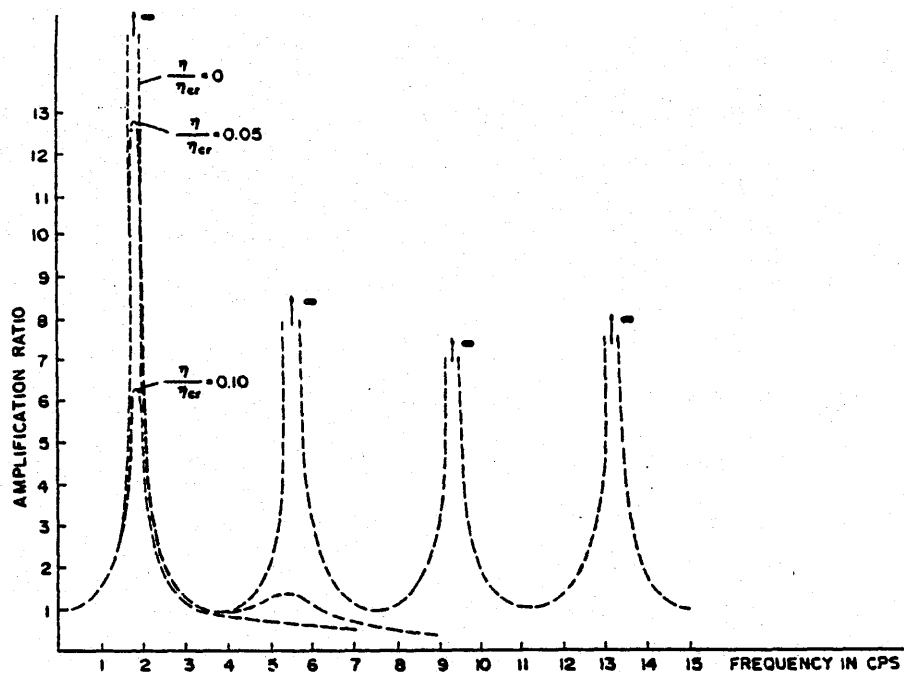
y para el caso de afloramiento con $G'_r = 0$
 $\omega = \omega_n$

$$|H_{AB}| = \frac{\gamma_r \beta_r}{\gamma_s \beta_s} \frac{1}{1 + \frac{2n-1}{4} \pi \frac{\gamma_r \beta_r}{\gamma_s c_s} \frac{G'_s \omega_n}{G_s}}$$

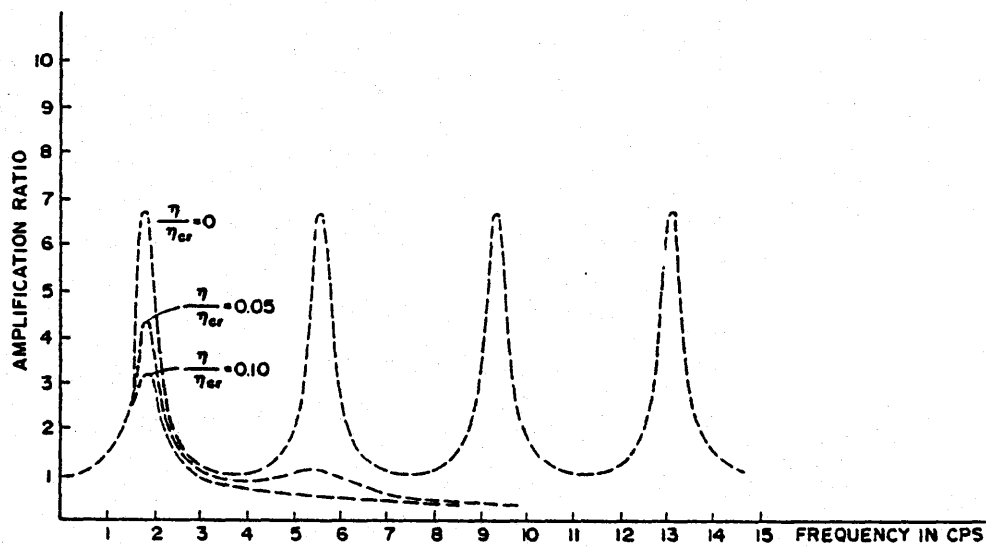
La Figura 5.22 recoge los resultados para un ejemplo con y sin amortiguamiento en el que se observan los diferentes picos de resonancia. Un desarrollo clásico y muy completo puede verse en la referencia 5.22.

5.4 ESPECTROS DEPENDIENTES DEL TIPO DE SUELO

De las observaciones realizadas en páginas anteriores se desprende que además de los posibles problemas de licuefacción o modificación del movimiento por la interacción terreno-estructura, las propiedades geotécnicas del suelo influyen decisivamente en el tipo de movimiento registrado en superficie. Ello



AMPLIFICATION CURVE FOR UNIFORM LAYER
RIGID ROCK - CONSTANT VISCOSITY



AMPLIFICATION CURVE FOR UNIFORM LAYER
ELASTIC ROCK - CONSTANT VISCOSITY

Figura 5.22

se refleja en los espectros del terreno u por tanto las Normas suelen definir reglas para tenerlo en cuenta.

Sobre el espectro medio definido en el capítulo anterior, se realizan modificaciones que afectan tanto al campo de períodos dominantes como a su extensión. En general se ha observado que el período dominante depende de la magnitud y de la distancia del foco.

Cuando crece la distancia epicentral el período dominante se alarga, mientras que para magnitudes superiores a 6 varía (según Kanai 1983)

$$T_m \sim 10^{0,39 M - 1,7} \quad (5.52)$$

Para suelos tipo roca firme Kanai propone un espectro empírico de aceleraciones

$$A_r\left(\frac{m}{seg^2}\right) = \frac{1}{T} 10^{0,61 M - (1,66 + \frac{3,6}{s}) \lg_{10} x + (0,167 - \frac{1,83}{x})} \quad (5.53)$$

donde M es la magnitud, x la distancia epicentral en Km y T el período en segundos., con una limitación $T > 0,05$ a 2 seg.

Mientras que para un suelo sobre fondo rocoso

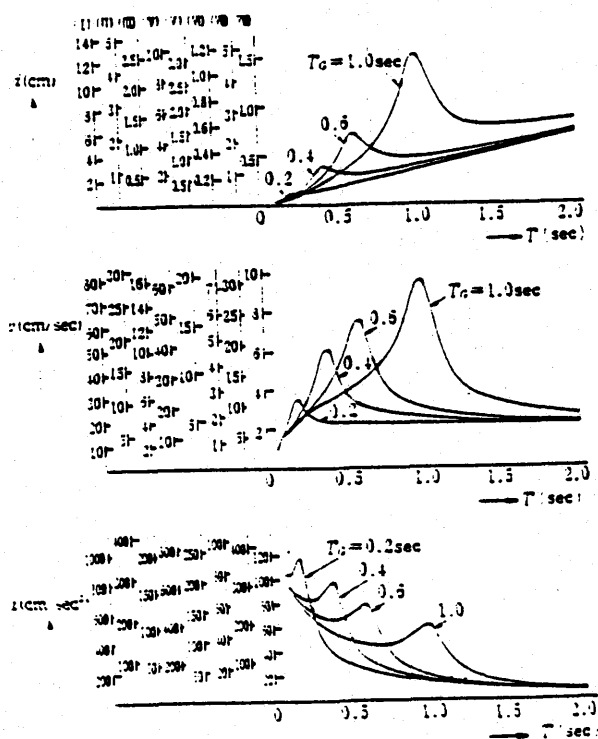
$$a_s\left(\frac{m}{seg^2}\right) = H(T) a_r \quad (5.54)$$

donde

$$H(T) = \frac{1}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{T}{T_G}\right)^2\right]^2 + \left[\frac{0.2}{\sqrt{T_G}} \left(\frac{T}{T_G}\right)\right]^2}} \quad (5.55)$$

donde T_G es el período predominante en superficie.

La figura 5.23 recoge algunos resultados de la fórmula anterior.



Calculated spectra of earthquake motions. Top: displacement, center: velocity, bottom: acceleration.

D: $M = 3$, $x = 50$ km. (II): $M = 3$, $x = 100$ km. (III): $M = 3$, $x = 50$ km. (IV): $M = 7$, $x = 20$ km. (V): $M = 7$, $x = 50$ km. (VI): $M = 7$, $x = 100$ km. (VII): $M = 6.5$, $x = 20$ km. (VIII): $M = 6.5$, $x = 50$ km.

Figura 5.23

Los ordenes de magnitud de T_G para diferentes terrenos son como sigue (según Kanai)

Roca	$T_G < 0,22$
Suelos duros	$0,12 < T_G < 0,45$
Suelos blandos	$0,35 < T_G < 0,7$
Suelos muy blandos	$T_G > 0,58$

Lai da también valores que dependen de la distancia y la magnitud

$$\begin{aligned} \omega_g &= 27 - 0,09 R; & 10 \text{ Km} < R < 160 \text{ Km.} \\ \omega_g &= 65 - 7,5 m; & 5 < m < 7 \end{aligned}$$

La densidad espectral de potencia normalizada puede expresarse, según se indicó en el capítulo IV, mediante

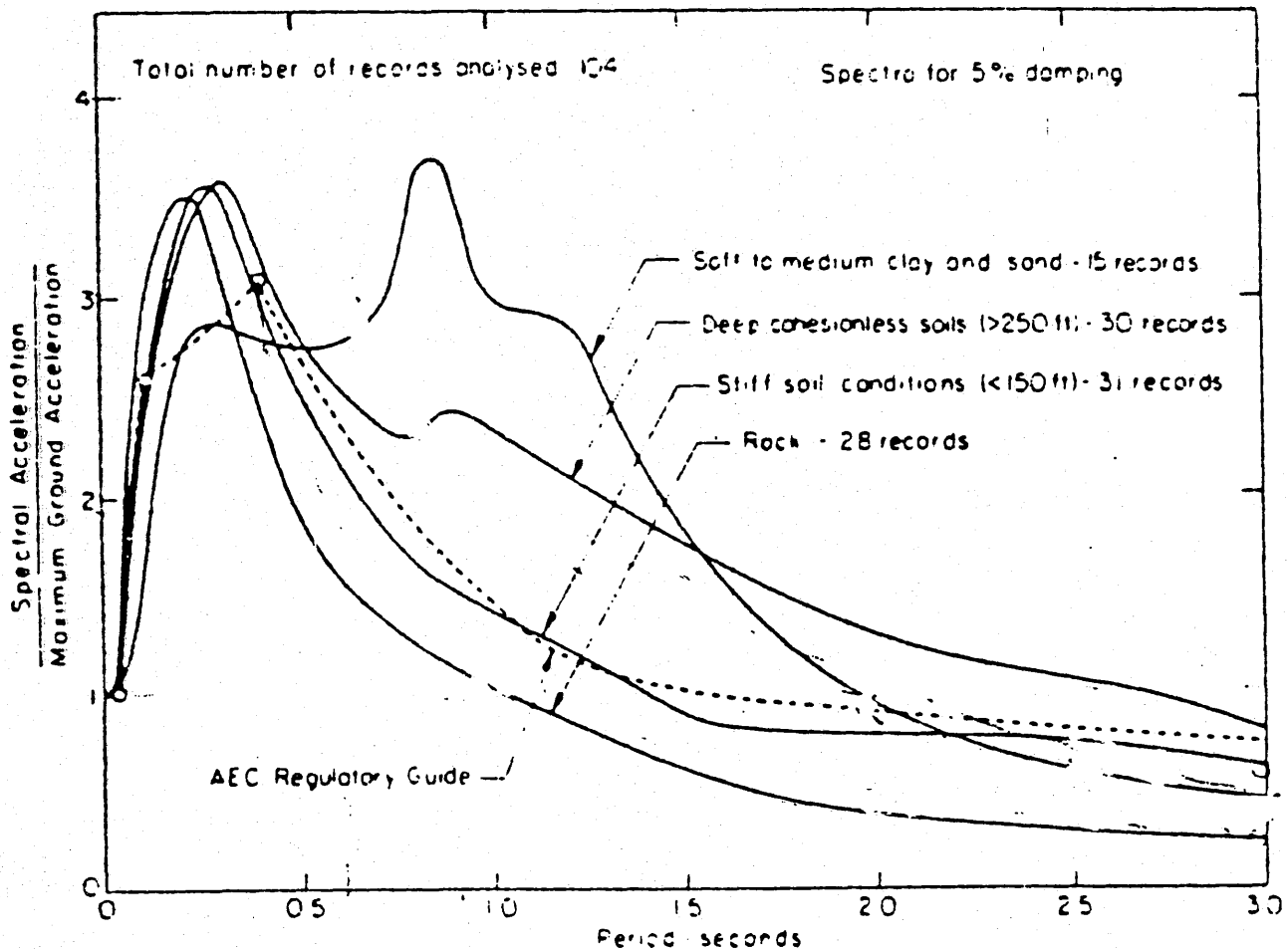
$$G_n(\omega) = \frac{1 + 4 \zeta_g^2 \left(\frac{\omega}{\omega_g}\right)^2}{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_g}\right)^2\right]^2 + (2 \zeta_g \frac{\omega}{\omega_g})^2}$$

La Tabla 5.3 indica los valores de los parámetros para movimientos horizontales obtenida por Elghadamasi et al. sobre diferentes registros reales.

TABLA 5.3

EMPLAZAMIENTO	ω_g	ζ_g	G_0
ALUVIAL	18,4	0,34	0,102
ALUVIAL / ROCA	22,9	0,30	0,078
ROCA	27	0,34	0,7

En cuanto a espectros de respuesta, la figura 5.24 recoge los espectros (medios más una desviación típica) obtenidos por Seed, Ugas y Lysmer tras el terremoto de San Fernando (1976).



84 percentile acceleration spectra for different site conditions.

Figura 5.24

Siguiendo estas experiencias el Eurocódigo n.8 propone tres categorías de suelos A, B y C, caracterizadas por las propiedades de la Tabla 5.3

Tabla 5.3

Soil Remarks	N	D_r	q_u MPa	v_s m/s	Remarks
A1	-	-	-	-	Extended layers or formations are considered to be those whose length l is $l > 5B$ and whose depth H is $H > 2B$. B is the width of the structure in the direction considered. Small isolated rock cores are not included in soil profile A.
A2	>60	>90		>700	
A3	>35		0.40		
B1	-	-	-	-	Soil profiles B that extend greatly in depth behave in the same manner as soils A. Thus the number of blows N are the in situ values without correction. In this manner the beneficial effect of the stress field due to the overlying soil is taken into account.
B2	25 50	60 80	-	300 600	
B3	15 35		0.15 0.30		
C1	8 20	30 50	-	100 200	The presence of high water table increases the dangers inherent to this soil profile.
C2	5 10	-	0.15 0.10	100 200	

N - number of blows in S.P.T.
 D_r - relative density
 q_u - unconfined compressive strength
 v_s - shear wave velocity

Figura 5.25

y tal que los puntos característicos del espectro (fig. 5.25) son

SUELO TIPO	S	T ₁ (seg)	T ₂ (seg)	k	β ₀	d ₀ (cm)
A	1	0,2	0,4	1	2,5	60
B	1	0,2	0,6	1	2,5	90
C	0,8	0,3	0,8	1	2,5	120

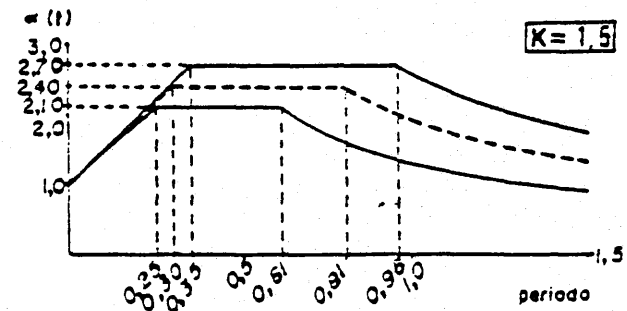
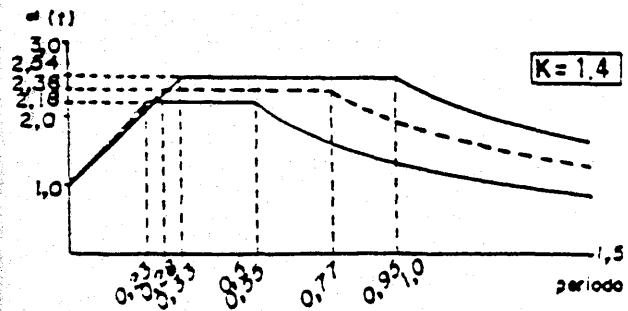
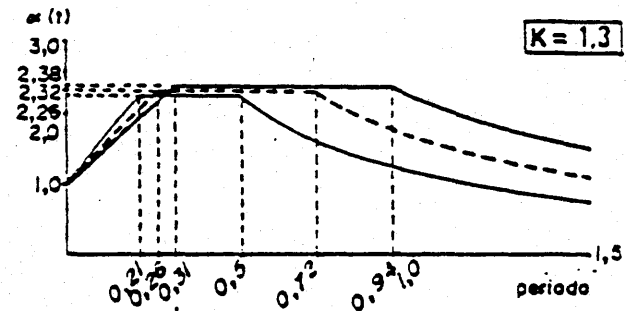
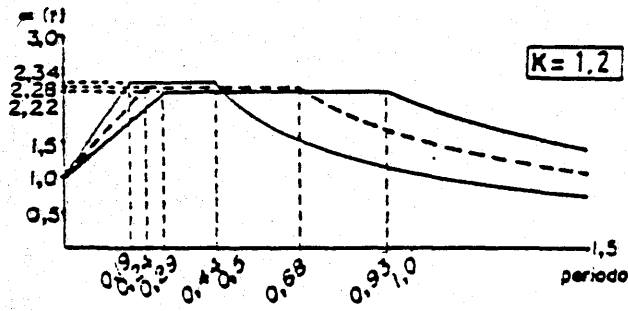
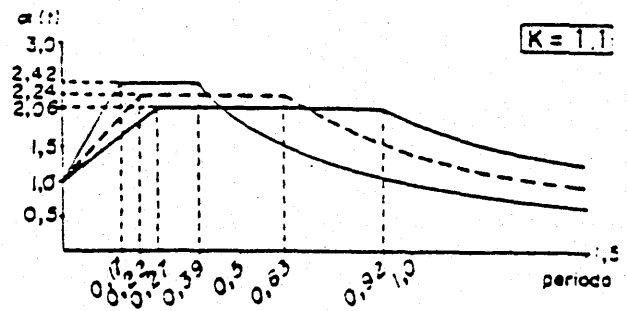
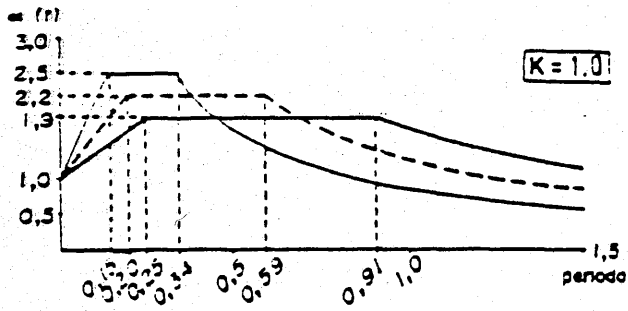
Por su parte la propuesta de Norma Española recoge las ideas anteriores y las complementa con la idea de focos locales y focos lejanos según se indicó en el capítulo III. Estos últimos corresponden a la falla Azores-Gibraltar y, en forma congruente a lo indicado por Kanai, alargan el período dominante según la distancia al foco. A continuación se resumen las fórmulas propuestas y algunas curvas correspondientes.

$$\begin{aligned}
 0 < T < T_0 & \quad \beta_e(T) = 1 + [\beta_0 - 1] \frac{T}{T_0} \\
 T_0 \leq T \leq T_1 & \quad \beta_e(T) = \beta_0 \\
 T > T_1 & \quad \beta_e(T) = \frac{T_1}{T} \beta_0
 \end{aligned}$$

Valores significativos de distintos espectros de respuesta

	C	K					
		1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5
T ₀	1,0	0,15	0,17	0,19	0,21	0,23	0,25
	1,4	0,20	0,22	0,24	0,26	0,28	0,30
	1,8	0,25	0,27	0,29	0,31	0,33	0,35
T ₁	1,0	0,34	0,39	0,44	0,50	0,55	0,61
	1,4	0,59	0,63	0,68	0,72	0,77	0,81
	1,8	0,91	0,92	0,93	0,94	0,95	0,96
β ₀	1,0	2,50	2,42	2,34	2,26	2,18	2,10
	1,4	2,20	2,24	2,28	2,32	2,36	2,40
	1,8	1,90	2,06	2,22	2,38	2,54	2,70

————— suelo tipo I
 - - - - - " " II
 ————— " " III



Espectros elásticos de respuesta

El coeficiente K tiene en cuenta la distinta contribución a la peligrosidad sísmica de cada punto del territorio nacional, de la sismicidad de la Península y áreas adyacentes, y la más lejana, correspondiente a la falla Azores-Gibraltar, a la peligrosidad sísmica de cada punto del territorio nacional. Sus valores se han calculado admitiendo que para la misma aceleración a , el valor de S_{vm} para los terremotos provenientes de la región central de la falla de Azores-Gibraltar es mayor que el resultante para los terremotos de las restantes zonas simogenéticas (continentales y marítimas colindantes).

Los valores de K están comprendidos entre 1,0 -en los puntos en la que practicamente toda la contribución a la peligrosidad sísmica procede de terremotos continentales o de áreas marítimas adyacentes- y 1,5, en los puntos en los que la contribución a la peligrosidad sísmica procede prácticamente de terremotos de la región citada de la falla de Azores-Gibraltar.

Los valores de K se han calculado de forma que la probabilidad de ocurrencia anual de la aceleración espectral (sin contar el efecto de suelo) sea idéntica en todos los puntos del territorio, independientemente del tipo de terremoto predominante y del periodo que se considere.

Coeficiente de suelo C .

El coeficiente C tiene en cuenta la existencia de suelos blandos bajo la construcción, y depende de los espesores y de la deformabilidad de las distintas capas del terreno por efecto del sismo. La determinación de los espesores y la clasificación de las distintas capas del terreno puede hacerse por los mismos procedimientos que en el estudio estático de la cimentación de la construcción (Norma NTE-CEG del M.O.P.U.). Cuando las condiciones de cimentación encontradas en un lugar concreto no coincidan exactamente con ninguna de las descritas en la tabla 2.2. se aplicará la que presente mayor similitud. En caso de duda, y sobre todo con datos insuficientes, deben adoptarse los valores que correspondan del lado de la seguridad.

Cuando deba determinarse el tipo de terreno, pueden emplearse para los terrenos granulares, los valores de ensayos de penetración estáticos o dinámicos; para los terrenos cohesivos, los valores de resistencia a compresión simple; y en todos ellos, la velocidad de propagación de las ondas sísmicas.

Los terrenos tipo I suelen poseer como características: velocidad de ondas de compresión superior a 2.200 m/s., más de 40 golpes en el ensayo SPT o una resistencia en punta de penetrómetro superior a 20 MPa (200 Kp/cm²)

Los terrenos tipo II suelen poseer como características: velocidad de ondas de compresión superior a 1200 m/s. Los granulares más de 10 golpes en ensayos SPT y resistencia en punta mayor de 8 MPa (80 Kp/cm²) . Los cohesivos resistencia a compresión simple superior a 200 KPa (2 Kp/cm²) .

Los terrenos tipo II situados bajo el nivel freático o los no alcanzan a clasificarse como tipo II, deben considerarse como tipo III.

Al calcular el valor ponderado de C, puede prescindirse de la capa superficial del terreno -si es más blanda- siempre que su espesor no supere los dos metros.

Condiciones de cimentación particularmente desfavorables, como arcillas sensibles, terrenos loésicos, escombreras no controladas, etc. (terrenos para los que el N_{SPT} suele ser inferior a 10), no son aptos -en general- para la construcción y su ocupación puede requerir la utilización de un espectro de respuesta específico para el emplazamiento con mayor amplificación en los períodos próximos al período propio de la(s) capa(s) del suelo.

Por el contrario, la construcción de determinado tipo de obras -tales como presas- puede requerir terrenos de cimentación de una "dureza superior" a la de los tipos establecidos, lo que posibilita también la adopción de otros espectros elásticos de respuesta, determinados, en su caso, en las normas específicas correspondientes.

5.5 EJERCICIOS

EJERCICIO 5.1

Determinar los índices de huecos correspondientes al empaquetamiento de esferas según el esquema cúbico o exagonal así como la densificación correspondiente al paso de un estado a otro.

En el esquema cúbico, por simetría, basta comparar la esfera de diámetro D con un cubo de lado D .

Con ello



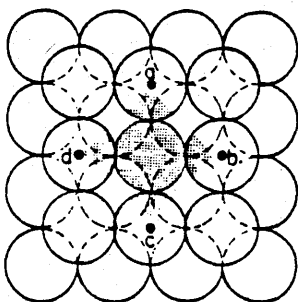
$$\text{vol total} = D^3$$

$$\text{vol sólidos} = \frac{4}{3} \pi \left(\frac{D}{2}\right)^3 = \frac{\pi}{6} D^3$$

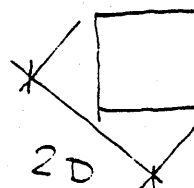
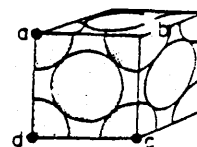
$$\text{vol huecos} = D^3 \left(1 - \frac{\pi}{6}\right)$$

$$e_1 = \frac{\text{vol huecos}}{\text{vol sólidos}} = \frac{6}{\pi} - 1 = 0,91$$

En el esquema exagonal se colocan las esferas en los huecos dejados por cada cuatro de ellas. De esta forma la diagonal de una cara de cubo es $2D$ y por tanto el lado



$$\frac{2D}{\sqrt{2}}$$



$$vol\ total = \frac{8D^3}{2^{3/2}} = 2^{3/2} D^3$$

$$vol\ sólidos = 4\ esferas = \frac{2}{3} \pi D^3$$

$$vol\ huecos = D^3 (2^{3/2} - \frac{2}{3} \pi)$$

$$e_1 = \frac{3 \cdot 2^{3/2} - 2\pi}{2\pi} = 0,35$$

El paso de un estado a otro implica pues una densificación

$$\frac{\Delta H}{H} = \frac{\Delta l}{1+2} = \frac{0,56}{1,91} = 29,3\%$$

EJERCICIO 5.2

Demostrar que el módulo de elasticidad tangente de un empaquetamiento cúbico e esferas es

$$E_t = \frac{3}{2} \left[\frac{2G}{3(1-\nu)} \right]^{2/3} \sigma^{1/3}$$

Por definición

$$E_t = \frac{d\sigma}{de}$$

En un empaquetamiento cúbico

$$\Delta = 2R \times 2R = 4R^2$$

$$d\sigma = \frac{dP}{4R^2}$$

Además (fig 5.5)

$$dz = \frac{d\xi}{2R}$$

Así pues,

$$E_t = \frac{1}{2R} \frac{dP}{d\xi}$$

Según la teoría de Hertz

$$a = \sqrt[3]{\frac{3(1-\nu)}{8G} PR}$$

$$\xi = \frac{2a^2}{R}$$

Así pues

$$\frac{d\xi}{dP} = \frac{4a}{R} \frac{da}{dP} = \frac{1}{3} \sqrt[3]{\frac{9(1-\nu)^2}{G^2} \frac{1}{PR}}$$

Por otro lado

$$\sigma = \frac{P}{4R^2}$$

y con ello

$$\frac{d\xi}{dP} = \frac{1}{3R} \sqrt[3]{\left[\frac{3(1-\nu)}{2G}\right]^2 \frac{1}{\sigma}}$$

es decir

$$E_t = \frac{1}{3R} \frac{dP}{d\xi} = \frac{3}{2} \left[\frac{2G}{3(1-\nu)}\right]^2 \sigma^{\frac{1}{3}}$$

EJERCICIO 5.4

Demostrar la relación de Gassman para el módulo de compresibilidad en un suelo saturado.

Los incrementos de tensiones totales se reparten entre esqueleto y líquidos de modo que

$$\Delta \sigma_{oct} = \Delta \sigma'_{oct} + \Delta u$$

Por otro lado, por definición

$$k = \frac{\Delta \sigma_{oct}}{\frac{\Delta V}{V}}$$

donde V es el volumen total inicial en el que las partes correspondientes a líquido y sólido se obtienen utilizando la porosidad

$$\begin{aligned} V_w &= nV \\ V_s &= (1-n) V \end{aligned}$$

Gassman establece dos ecuaciones para el cambio de volumen unitario. En la primera de ellas se funciona a nivel de partícula; por un lado la variación de la presión neutra induce deformación tanto en el líquido como en el sólido:

En el líquido,

$$\frac{\Delta V_w}{V_w} = \frac{1}{k_w} \Delta u; \quad \frac{\Delta V_w}{V} = \frac{n}{k_w} \Delta u$$

En las partículas,

$$\frac{\Delta V_s}{V_s} = \frac{1}{k_s} \Delta u; \quad \frac{\Delta V_s}{V} = \frac{1-n}{k_s} \Delta u$$

donde k_w y k_s son los módulos de compresibilidad del líquido y de las partículas sólidas respectivamente.

Por otro lado, la variación de la presión efectiva en el esqueleto hace que las partículas induzcan un cambio de volumen adicional

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{1}{k_s} \Delta \sigma'_{oct}$$

En consecuencia

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta \sigma'_{oct}}{K_s} + \left(\frac{n}{k_w} + \frac{1-n}{k_s} \right) \Delta u \quad (I)$$

Si se observa el conjunto desde un punto de vista del esqueleto de suelo, la variación de volumen a presión de líquido constante es

$$\frac{\Delta \sigma'_{oct}}{k'}$$

y a presión efectiva constante

$$\frac{\Delta u}{k_s}$$

de modo que

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta \sigma'_{oct}}{k'} + \frac{\Delta u}{k_s} \quad (II)$$

De las ecuaciones (I) y (II) es posible despejar tanto $\Delta \sigma'$ como Δu . Por ejemplo, si se hace

$$A = \frac{1}{k_s}; B = \frac{n}{k_w} + \frac{1-n}{k_s}; C = \frac{1}{k'}; D = A = \frac{1}{k_s}$$

$$\Delta \sigma'_{oct} = \frac{D - B}{AD - BC} \frac{\Delta V}{V}$$

$$\Delta u = \frac{A - C}{AD - BC} \frac{\Delta V}{V}$$

y sumando

$$\Delta \sigma_{oct} = \Delta \sigma'_{oct} + \Delta u = \frac{A+D - (B+C)}{AD - BC} \frac{\Delta V}{V}$$

De esta forma el módulo de compresibilidad conjunto es

$$\begin{aligned}
 k &= \frac{\frac{2}{k_s} - \left(\frac{n}{k_w} + \frac{1-n}{k_s} + \frac{1}{k'}\right)}{\frac{1}{k_s^2} - \frac{1}{k'} \left(\frac{n}{k_w} + \frac{1-n}{k_s}\right)} = \\
 &= \frac{n \left(\frac{1}{k_s} - \frac{1}{k_w}\right) - \left(\frac{1}{k'} - \frac{1}{k_s}\right)}{\frac{n}{k'} \left(\frac{1}{k_s} - \frac{1}{k_w}\right) - \frac{1}{k_s} \left(\frac{1}{k'} - \frac{1}{k_s}\right)}
 \end{aligned}$$

Sumando y restando k' se obtiene

$$k = k' - \frac{\left(1 - \frac{k'^2}{k_s}\right)}{n \left(\frac{1}{k_s} - \frac{1}{k_w}\right) - \frac{1}{k_s} \left(1 - \frac{k'}{k_s}\right)}$$

Obsérvese que si $k' = 0$

$$k = \frac{1}{\frac{1-n}{k_s} + \frac{n}{k_w}}$$

tal como predice la teoría de Woods.

EJERCICIO 5.5

En un estrato de arena redondeada, de tamaño medio, limpia y normalmente consolidada, se realiza una excavación muy ancha de 20 pies de profundidad. A 30 pies del fondo se realiza un ensayo SPT obteniéndose $N = 16$ golpes. Sabiendo que la capa freática se encuentra a 10 pies del fondo de la excavación y, que el índice de huecos de la arena es $e = 0,65$ y que el peso específico de la arena seca es de 117 pcf, se pide obtener el valor de G en el punto ensayado (Arya et al).

$$\gamma_{seca} = \frac{G_s}{1+e} \gamma_w$$

$$\gamma_{sat} = \frac{G_s+e}{1+e} \gamma_w = \gamma_{seca} + \frac{e}{1+e} \gamma_w$$

$$\gamma_{sum} = \gamma_{sat} - \gamma_w = \gamma_{seca} + \gamma_w \left(\frac{e}{1+e} - 1 \right) = \gamma_{seca} - \gamma_w \frac{1}{1+e}$$

Tensión vertical efectiva

A) Antes de realizar la excavación

$$\sigma'_{v_A} = 30 \gamma_{seca} + 20 \gamma_{sum} = 50 \gamma_{sec} - 20 \gamma_w \frac{1}{1+e}$$

B) Después de realizar la excavación

$$\sigma'_{v_B} = 10 \gamma_{seca} + 20 \gamma_{sum} = 30 \gamma_{sec} - 20 \gamma_w \frac{1}{1+e}$$

$$\left. \begin{array}{l} \sigma'_{v_A} = 15,7 \psi \\ \sigma'_{v_B} = 32 \psi \end{array} \right\} OCR = \frac{32}{15,7} = 2 \quad \tau_{PI} = 0 \quad K_0 = 0,6$$

$$\sigma'_{oct} = \frac{15,7 + 2 \cdot 0,6 \times 15,7}{3} = 11,5$$

Fórmula de Hardin y Richart

$$G = \frac{2630 (2,17-e)^2}{1+e} \sqrt{\sigma'_0} = \frac{2630 (2,17-0,65)^2}{1,65} \sqrt{11,5} = 12490$$

Fórmula de Seed e Idriss

$$N = 16 \rightarrow D_r = 75\% \rightarrow K_2^* = 50$$

$$G = 83,3 K_2^* \sqrt{\sigma_{act}} = 83,3 \cdot 50 \sqrt{11,5} = 14120 \text{ p.s.i.}$$

EJERCICIO 5.6

En un estrato de arcilla saturada la capa freática se encuentra a 5 pies bajo la superficie y la densidad saturada es $\gamma_{sat} = 125$ pcf. Se toma una muestra de suelo a 15 pies de profundidad y

- a) en un ensayo edométrico se obtiene

$$\begin{aligned}\sigma'_{prec} &= 4000 \text{ psf} \\ e_0 &= 0,60\end{aligned}$$

- b) en un ensayo triaxiales CU, para presiones de confinamiento del orden ^{de} la vertical se obtiene

$$\begin{aligned}c' &= 3 \text{ psi} \\ \phi' &= 20^\circ\end{aligned}$$

Si el índice de plasticidad es $PI = 30$, ¿cual es el valor de G para una deformación $\gamma = 5 \times 10^{-3} \%$ (Arya et al).?

Se utiliza una fórmula de Kodner

$$G = G_{max} \frac{1}{1 + \frac{\gamma}{\gamma_r}}$$

$$\gamma_r = \frac{\tau_{max}}{G_{max}} 100$$

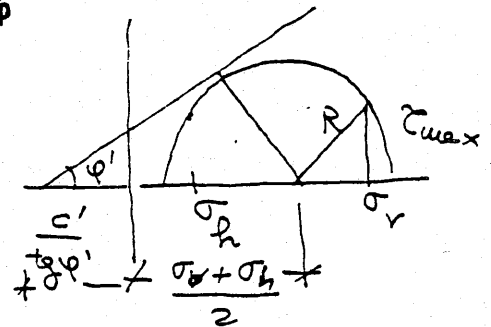
Conociendo las tensiones principales horizontal y vertical se obtiene la tensión angencial máxima que se puede superponer usando el criterio de Mohr Coulomb

$$R = \sqrt{\left(\frac{\sigma_v - \sigma_h}{2}\right)^2 + \tau_{\max}^2}; \quad \tau_{\max}^2 = R^2 - \left(\frac{\sigma_v - \sigma_h}{2}\right)^2 = R^2 - \sigma_v^2 \left(\frac{1 - K_0}{2}\right)$$

$$R = \left(\frac{\sigma_v + \sigma_h}{2} + \frac{c}{\tan \phi}\right) \sin \phi = \frac{\sigma_v + \sigma_h}{2} \sin \phi + c \cos \phi$$

$$R = \sigma_v \frac{1 + K_0}{2} \sin \phi + c \cos \phi$$

$$\tau_{\max}^2 = \left[\frac{1 + K_0}{2} \sin \phi \sigma_v + c \cos \phi\right]^2 - \left[\frac{1 - K_0}{2} \sigma_v\right]^2$$



Así pues

$$\sigma_v = 15 \cdot 125 - 10 \cdot 62,4 = 1251 \text{ psf} = 8,69 \text{ psi}$$

$$OCR = \frac{400}{8,69} = 3,2 \quad \text{---}_{PI=30} \quad K_0 = 0,9$$

$$\sigma_{oct} = \frac{8,69 + 2 \times 0,9 \times 8,69}{3} = 8,1 \text{ psi}$$

$$k \quad \text{---}_{PI=30} \quad 0,24$$

(según Hardin y Drnevitch)

$$G_{\max} = 1230 \frac{(2973 - 0,6)^2}{1 + 0,6} 3,2^{0,24} \sqrt{8,1} = 16288 \text{ psi}$$

$$\tau_{\max} = \sqrt{\left(\frac{1,9}{2} 8,7 \sin 20^\circ + 3 \cos 20^\circ\right)^2 - \left(\frac{0,1}{2} 8,7\right)^2} = 5,63 \text{ psi}$$

$$\gamma_r = \frac{\tau_{\max}}{G_{\max}} 100 = \frac{5,63}{16288} \times 100 = 0,0346 \%$$

$$G = 16288 \frac{1}{1 + \frac{0,005}{0,0346}} = 14288$$

EJERCICIO 5.8

Obtener la función de transferencia para el movimiento de la superficie de un estrato con relación al de un afloramiento rocoso en el caso de ondas S verticales. (fig. 5.21)

Sean los movimientos en suelo y roca

$$u_s = A_s e^{i\omega(t - \frac{x_s}{\beta_s})} + B_s e^{i\omega(t + \frac{x_s}{\beta_s})}$$

$$u_r = A_r e^{i\omega(t - \frac{x_r}{\beta_r})} + B_r e^{i\omega(t + \frac{x_r}{\beta_r})}$$

La condición de superficie libre

$$\frac{\partial u}{\partial x} = 0$$

en A y B impone

$$u_A(0) = 2A_s e^{i\omega t}$$

$$u_B(0) = 2A_r e^{i\omega t}$$

Al imponer las condiciones de continuidad entre roca y estrato, se tiene

$$A_s (e^{-i\omega \frac{H}{\beta_s}} + e^{i\omega \frac{H}{\beta_s}}) = A_r + B_r$$

Por otro lado, la igualdad de tensiones tangenciales en la interfase implica

$$\frac{G_s A_s}{\beta_s} (e^{i\omega \frac{H}{\beta_s}} - e^{-i\omega \frac{H}{\beta_s}}) = \frac{G_R}{\beta_r} (B_r A_r)$$

Se tiene así el sistema

$$\begin{aligned} A_r + B_r &= (e^{i\omega \frac{H}{\beta_s}} + e^{-i\omega \frac{H}{\beta_s}}) A_s \\ A_r - B_r &= \frac{G_s}{G_r} \frac{\beta_r}{\beta_s} (e^{i\omega \frac{H}{\beta_s}} - e^{-i\omega \frac{H}{\beta_s}}) A_s \end{aligned}$$

y así

$$2A_r = [e^{i\omega \frac{H}{\beta_s}} (1 + \frac{G_s}{G_r} \frac{\beta_r}{\beta_s}) + e^{-i\omega \frac{H}{\beta_s}} (1 - \frac{G_s}{G_r} \frac{\beta_r}{\beta_s})] A_s$$

La función de transferencia

$$H_{AB} = \frac{u_A(0)}{u_B(0)} = \frac{A_s}{A_r} = \frac{2}{[e^{i\omega \frac{H}{\beta_s}} (1 + \frac{G_s}{G_r} \frac{\beta_r}{\beta_s}) + e^{-i\omega \frac{H}{\beta_s}} (1 - \frac{G_s}{G_r} \frac{\beta_r}{\beta_s})]}$$

5.6 REFERENCIAS

- 5.1 Terzaghi K. (1936): *"The shearing resistance of saturated Soil"*. Proc. 1st Int. Conf. Soil MEch. Vol 1. Harvard.
- 5.2 Mindlin R.D. (1949): *"Compliance of elastic bodies in contact"*. Jour App. Mech. Sept.
- 5.3 Mindlin R.D. y Deresiewicz H. (1953): *"Elastic Spheres in contact under vanying oblique forces"*. Jour. App. Mech. Trans. ASME. Sept.
- 5.4 Biot M.A. (1956): *"Theory of propagation of elastic waves in a fluid saturated porous solid"*. Jour. Acoust. Soc. Am. 28.
- 5.5 Wood A.B. (1930): *"A textbook of sound"*. G. Bell & sons.
- 5.6 Evans J.T. (1956): *"Pneumatic and similar breakwaters"*. Proc. INst. Civ. Eng. Vol. 5, n.1, Part. II.
- 5.7 Gassmann F. (1951): *"Elastic waves through a packing of spheres"*. Geophysics 16 & 18.
- 5.8 Domínguez J. (1990): *"An integral formulation for dynamic poroelasticity"*. Jour Appl. Mech ASME.
- 5.9 Hardin B.O. y Richart F.E. (1963): *"Elastic wave velocities in granular soils"*. J. Soil Hech ASCE, vol 89 SM.1.
- 5.10 Hardin B.O. y Drnevich V.P. (1972): *"Shear modulus and damping in soils"*. J. Soil Mech ASCE, vol 98, SM.7.
- 5.11 Seed H.B. & Idriss I.M. (1970): *"Soil moduli and damping factors for dynamic response analysis"*. Repp. No. 70-1 EERC Berkeley CA.
- 5.12 Arya S.; O'Neill M.; Pincus G. (1979): *"Design of structures and foundations for vibrating machines"*. Guef P.C.
- 5.13 EC 8-Part 5 (1990): *"Foundations, retaining structures and geotechnical aspects"*. Comm. Europ. Comm.
- 5.14 Seed H.B. & Idriss I.M. (1982): *"Ground motions and soil liquefaction during earthquakes"*. EERI. Berkeley CA.
- 5.15 Richart F.E.; Hall J.R.; Woods R.D. (1970): *"Vibration of soils and foundations"*. Prentice-Hall.
- 5.16 Cuéllar V.; Bazant Z.; Krizek R.J. & Silver H.L. (1977): *"Densification and hysteresis of sand under cyclic shear"*. J. Geotech. Div. ASCE. Vol 103.

- 5.17 Newmark N.M. (1965): "Effects of earthquakes on dams and embankments". Sth Rankine Lecture "Milestones in soil mechanics". ICE (1975).
- 5.18 Pastor M.; Zienkiewicz O.C.; Leung K.H. (1985): "Simple model for transient soil loading in earthquakes analysis". Inter Jour. Num. Analy. methods in Geomechanics. Vol 9.
- 5.19 Blázquez R. (1978): "Endochronic model for liquefaction of sand deposits as inelastic two-phase media". Ph.D. Thesis. Northw. Univ. Evanston Ill.
- 5.20 Ambraseys N. (1988): "Engineering sismology". Earth. Eng. & Struct. Dyn. Vol 17.
- 5.21 Sanchez-Sesma F.I.; Rosenblueth E. (1979): "Ground motion at canyons of arbitrary shape under incident at canyons of arbitrary shape under incident SH Waves". Earth. Eng. Struct. Dyn.
- 5.22 Roesset J.M. (1970): "Fundamentals of soil amplification" en "Seismic design for Nuclear Power Plants" R. Hansen Ed MIT Press.
- 5.23 Kanai K. (1983): "Engineering seismology". University of Tokyo Press.
- 5.24 Lai S.P. (1982): "Statiscal characterization of strong motion using Power Spectral Density Function". Bull Seism. Soc. Am. 72.
- 5.25 Elghadamsi F.E.; Mohraz B.; Leed C.T.; Moayyad P. (1988): "Time dependent P.S.D. of earthquake ground motion". Int. J. Soil Dyn Earth. Eng. 7.
- 5.26 Seed H.B.; Ugas C.; Lysmer J. (1976): "Site-dependent spectra for earthquake resistant design". Bull Seism Soc. Am. 66:1.
- 5.27 Dirección General del Instituto Geográfico Nacional (1990): "Norma de construcción sismorresistente: Edificación.: NCSE-90.